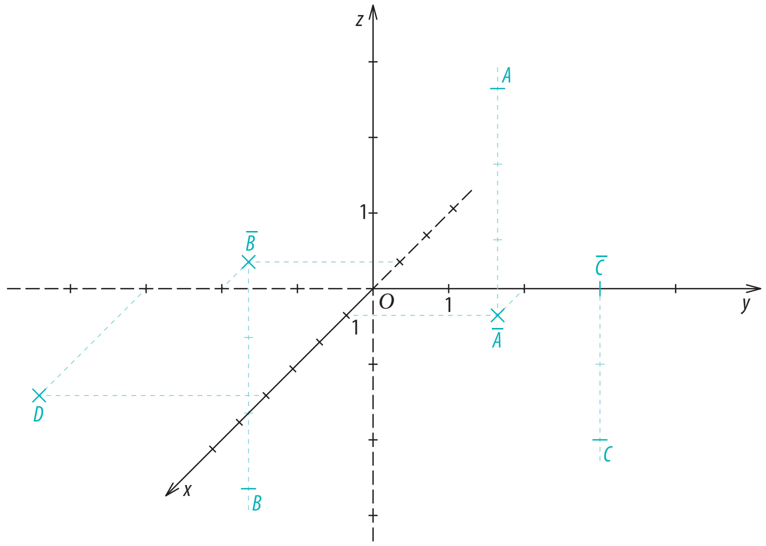
Analytická geometrie v prostoru

Kavárna Čas (Souřadnice bodů a vektorů v prostoru)

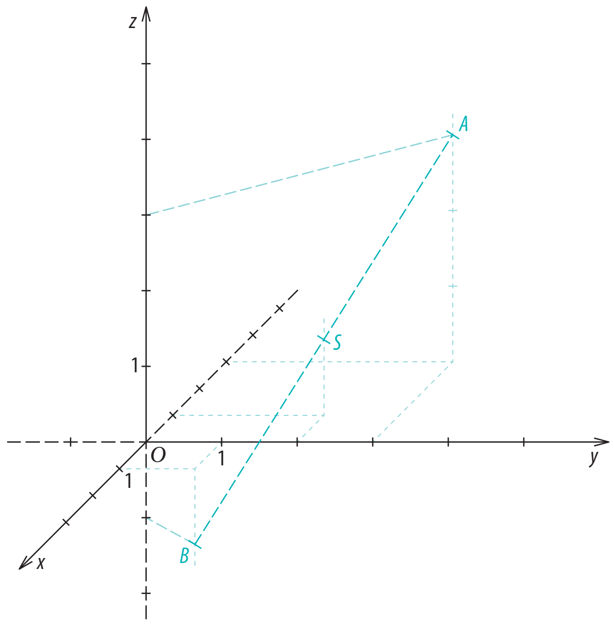
01



02 **a)** oktanty; **b)** z; **c)** nule; **d)** $[x_A; 0; 0]$, $[0; y_A; 0]$, $[0; 0; z_A]$, $[x_A; y_A; 0]$, $[x_A; 0; z_A]$, $[0; y_A; z_A]$

03 $A[2{,}5; 0; 0]$, $B[2{,}5; 2{,}5; 0]$, $C[0; 2{,}5; 0]$, $D[0; 0; 0]$, $E[2{,}5; 0; 2{,}5]$, $F[2{,}5; 2{,}5; 2{,}5]$, $G[0; 2{,}5; 2{,}5]$, $H[0; 0; 2{,}5]$ **04** a, b, c **05** **a)** $|AB| = 6$ j; **b)** $S[-1; 2; 1]$

c)



06 **a)** C; **b)** D; **c)** C **07** **a)** $|CS_{AB}| = \frac{\sqrt{213}}{2}$ j; **b)** $T\left[\frac{14}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right]$ **08** Úloha má dvě řešení: $A\left[1+\sqrt{3}; 0; 0\right]$, $\overline{A}\left[1-\sqrt{3}; 0; 0\right]$ **09** $B\left[0; \frac{17}{12}; 0\right]$

10 **a)** $B[3; 1; 4]$; **b)** $C[1; 1; -2]$ **11** $\boldsymbol{u} = (3; 4; 0)$, $|\boldsymbol{u}| = 5$ j **12** $A[2; 3; -5]$ **13** **a)** $(0; 5; 4)$; **b)** $(0; 5; 4)$; **c)** $(2; -1; 2)$; **d)** $(-2; 1; -2)$; **e)** $(2; 4; 6)$; **f)** $(6; -18; -6)$; **g)** $(5; -5; 3)$; **h)** $(-1; 13; 9)$ **14** $B[2; -6; 7]$ **15** **a)** $\boldsymbol{u} = (3; -2; 3)$, $|\boldsymbol{u}| = \sqrt{22}$ j; **b)** $\boldsymbol{v} = (3; -2; -4)$, $|\boldsymbol{v}| = \sqrt{29}$ j **16** Úloha má dvě řešení: $u_3 = \frac{1}{6}$, $\overline{u}_3 = -\frac{1}{6}$

17 $\boldsymbol{i}_{\boldsymbol{u}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ **18** $\boldsymbol{w} = 3\boldsymbol{u} - \frac{\boldsymbol{v}}{2}$ **19** **a)** Vektory ***a***, ***b***, ***c*** leží v jedné rovině.; **b)** Vektory ***a***, ***b***, ***c*** neleží v jedné rovině. **20** $z_D = 16$

Čí ruka to byla? (Součiny vektorů a jejich užití)

01 **a)** NE; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** NE; **e)** NE **02** c **03** **a)** $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$; **b)** $k \cdot \boldsymbol{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$; **c)** $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$; **d)** $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}| \cdot \cos\varphi$ **04** **a)** 19; **b)** 0; **c)** 0; **d)** 1 **05** **a)** 1; **b)** -6; **c)** 24; **d)** 4 **06** **a)** $\langle 0°; 180° \rangle$; **b)** 90°; **c)** 0° nebo 180°; **d)** rovnoběžné; **e)** 180° **07** b, c

08 c **09** **a)** $v_3 = \frac{1}{3}$; **b)** $u_3 \in \mathbf{R}$ **10** **a)** $\varphi \doteq 75°38'$; **b)** $\varphi \doteq 8°26'$; **c)** $\varphi = 90°$; **d)** $\varphi \doteq 116°3'$ **11** Velikost skalárního součinu: 1, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{1}{2}$, 0, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, -1

12 **a)** $90°; 0$; **b)** $90°; 0$; **c)** $90°; 0$; **d)** $0°; 1$; **e)** $0°; 1$; **f)** $0°; 1$; **g)** $90°; 0$; **h)** $180°; -1$; **i)** $90°; 0$ **13** **a)** $\alpha \doteq 53°18'$, $\beta \doteq 36°42'$, $\gamma = 90°$; **b)** $o = \left(3+\sqrt{5}+\sqrt{14}\right)\,\text{j} \doteq 9\,\text{j}$; **c)** $\boldsymbol{u} = S_{BC} - S_{AC} = \left(-\frac{3}{2}; 1; \frac{1}{2}\right)$, $\boldsymbol{c} = B - A = (-3; 2; 1)$, $\boldsymbol{c} = 2\cdot\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{c} \| \boldsymbol{u}$; $|S_{BC}S_{AC}| = \frac{\sqrt{14}}{2}\,\text{j} = \frac{|AB|}{2}$ **14** **a)** NE; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE **15** **a)** $\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v} = (2; 13; -3)$; **b)** $\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v} = (-35; -17; -5)$; **c)** $\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{v} = (0; 0; 0)$ **17** $S = 4\,\text{j}^2$ **18** **a)** $S = \frac{3\sqrt{5}}{2}\,\text{j}^2$; **b)** $S = 4\sqrt{2}\,\text{j}^2$ **19** $C[0; 0; 1]$, $D[3; -2; 4]$, $o = 2\cdot\left(\sqrt{22}+\sqrt{6}\right)\,\text{j} \doteq 14{,}3\,\text{j}$, $S = 4\sqrt{2}\,\text{j}^2 \doteq 5{,}7\,\text{j}^2$ **20** Velikost vektorového součinu: $0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0$ **21** **a)** $0°; 180°$; **b)** $90°$; **c)** $30°; 150°$; **d)** neexistuje; **e)** neexistuje; **f)** $60°; 120°$

22 **a)** nulový; **b)** nenulový; **c)** nulový; **d)** nulový **23** **a)** Úloha má dvě řešení: $\boldsymbol{w} = (16; 8; -8)$, $\overline{\boldsymbol{w}} = (-16; -8; 8)$; **b)** $\boldsymbol{a} = k\cdot(4; 2; -2)$, $k \in \mathbf{R} - \{0\}$

24 **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** NE **25** **a)** tři vektory; **b)** pouze v prostoru; **c)** číslo; **d)** může **26** **a)** 9; **b)** 9; **c)** -9 **27** A–1, B–2, C–4, D–3

28 **a)** číslo; **b)** vektor; **c)** číslo; **d)** vektor; **e)** číslo **29** **a)** $V = 48\,\text{j}^3$; **b)** $V = 20\,\text{j}^3$ **30** $V = 12\,\text{j}^3$ **31** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** NE; **e)** NE

32 **a)** Vektory ***u***, ***v***, ***w*** leží v jedné rovině.; **b)** Vektory ***a***, ***b***, ***c*** neleží v jedné rovině. **33** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** ANO **34** $y_D = 7$ **35** **a)** NE; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE

Co bylo dříve? (Rovnice přímky a roviny v prostoru)

01 a, d **02** $\boldsymbol{u} = (1; -3; 2)$ **03** c **04** **a)** ANO; **b)** ANO **05** **a)** p: $x = -1+t$, $y = 2-4t$, $z = 5$, $t \in \mathbf{R}$; **b)** q: $x = -3t$, $y = -4t$, $z = -t$, $t \in \mathbf{R}$

06 **a)** p: $x = -2t$, $y = 2+5t$, $z = -1+2t$, $t \in \mathbf{R}$; **b)** q: $x = 4+2t$, $y = 4+t$, $z = 4$, $t \in \mathbf{R}$

07 Přímka neprochází počátkem kartézské soustavy souřadnic. **08** Bod K leží na přímce p a vektor ***u*** není směrovým vektorem přímky p.

09 $y_Q = 3$, $z_Q = 0$ **10** Na přímce AB leží bod $C[-1; 2; 5]$, jehož souřadnice vyhovují daným podmínkám. **11** Body A, B, C neleží na jedné přímce.

12 **a)** p: $x = 1+2t$, $y = 2+4t$, $z = 3+3t$, $t \in \mathbf{R}$; **b)** q: $x = -1+3s$, $y = -2+4s$, $z = 6s$, $s \in \mathbf{R}$

13 **a)** p: $x = 3{,}8+t$, $y = 3{,}8$, $z = -t$, $t \in \mathbf{R}$; **b)** q: $x = 8t$, $y = 13t$, $z = 5-10t$, $t \in \mathbf{R}$

14 **a)** $\boldsymbol{u}_p = (2; 1; 3)$; **b)** Úloha má nekonečně mnoho řešení. Např.: $A[1; -2; 0]$, $B[3; -1; 3]$ **15** **a)** Např.: $\boldsymbol{u} = (2; 3; 0)$, $\boldsymbol{v} = (1; -2; -1)$; **b)** Např.: $A[-1; 0; 4]$, $B[0; -2; 3]$; **c)** Např.: $C[0; 0; 4]$, $D[0; -1; 3]$ **16** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** NE **17** $\boldsymbol{u} = (1; -5; 7)$, $\boldsymbol{v} = (-4; 3; 3)$ $(\boldsymbol{u} \neq k\cdot\boldsymbol{v},\ k \in \mathbf{R})$

18 β: $x = 1+t+2s$, $y = 2-t-s$, $z = -3+3t+4s$; $t, s \in \mathbf{R}$ **19** a, c, d **20** Bod $O[0; 0; 0]$ leží v dané rovině. **21** $y_A = 2$

22 **a)** Bod A a přímka a určují rovinu α: $x = 1+3t-s$, $y = -5-t-8s$, $z = 4+5s$; $t, s \in \mathbf{R}$.; **b)** Bod B a přímka b neurčují rovinu. **23** b

24 **a)** může; **b)** normálového vektoru roviny; **c)** je; **d)** vektorovému součinu **25** **a)** $\boldsymbol{n} = (2; -1; 3)$; **b)** $A[0; 1; 0]$ **26** c **27** β: $3x+2y+z-10 = 0$

28 **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** NE **29** **a)** $\boldsymbol{n} = (9; 5; -7)$; **b)** α: $9x+5y-7z = 0$ **30** **a)** α: $43x+20y+19z-193 = 0$; **b)** β: $11x-7y-6z-9 = 0$

31 **a)** Body A, B, C určují rovinu α: $3x-y+1 = 0$.; **b)** Body O, P, Q určují rovinu β: $4x+y-2z = 0$.; **c)** Bod L a přímka p určují rovinu γ: $z-5 = 0$.; **d)** Bod M a přímka q neurčují rovinu.; **e)** Bod P a vektory ***u***, ***v*** určují rovinu δ: $3x-y-9z+13 = 0$.; **f)** Bod Q a vektory ***u***, ***v*** neurčují rovinu.

32 **a)** α: $2x-3y-9z+9 = 0$; **b)** β: $x+8y-z-13 = 0$ **33** **a)** α: $x = t$, $y = s$, $z = 4+2t+s$; $t, s \in \mathbf{R}$; **b)** β: $x = 4+7s$, $y = t$, $z = s$; $t, s \in \mathbf{R}$

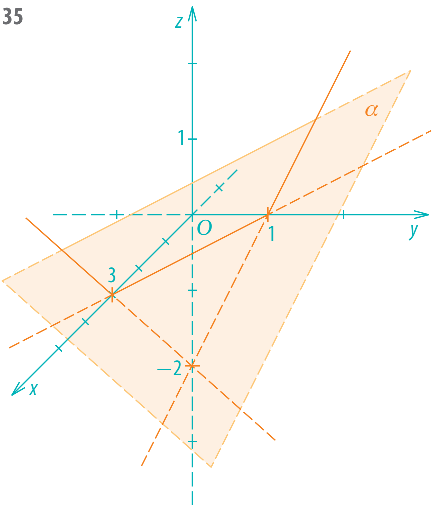
34 Rovina yz má obecnou rovnici $x = 0$ a parametrické rovnice $x = 0$, $y = t$, $z = s$; $t, s \in \mathbf{R}$.

35 viz obrázek níže; **a)** α: $2x+6y-3z-6 = 0$; **b)** Např.: α: $x = 3+3s-3t$, $y = t$, $z = 2s$; $s, t \in \mathbf{R}$; α: $x = 3k-3l$, $y = l$, $z = -2+2k$; $k, l \in \mathbf{R}$

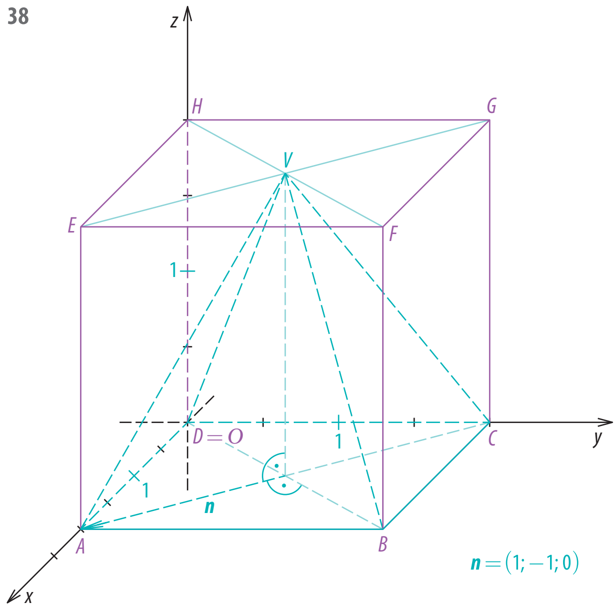
36 **a)** $5x+3y-15 = 0$; **b)** $x-y+z = 0$; **c)** $10y+3z-30 = 0$ **37** d **38** viz obrázek níže; A–2, B–4, C–6, D–5, E–3, F–1

39 **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** NE; **e)** NE; **f)** ANO

35



38



01 **a)** A; **b)** Pro všechny souřadnice bodu M je $t = -2$. **02** **a)** právě jedno řešení: $M[-2; 5; 9]$; **b)** nekonečně mnoho řešení, např.: $M[-2; 5; -3]$

03 c, e **04** **a)** právě jedno řešení: $N[3; -1; 13]$; **b)** nekonečně mnoho řešení, např.: $N[3; -1; 1]$ **05** a, b, c **06** a, b, e

07 **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** ANO (Pozn.: Chybí upřesnění, že se jedná o dvě roviny. Jelikož je předpoklad výroku vždy nepravdivý, je výrok pravdivý.)

08 **a)** rovnoběžné; prázdná množina; **b)** totožné; rovina; **c)** různoběžné; přímka; **d)** různoběžné; přímka

09 **a)** Roviny α, β jsou různoběžné a jejich průsečnicí je přímka p: $x = 2 - 2t, y = -2, z = t, t \in \mathbf{R}$.; **b)** Roviny α, β jsou rovnoběžné.

10 **a)** Roviny ρ, σ jsou různoběžné a jejich průsečnicí je přímka p: $x = -\frac{8}{3} - t, y = \frac{2}{3} + t, z = \frac{11}{3} + t, t \in \mathbf{R}$.; **b)** Roviny ρ, σ jsou totožné.

11 **a)** Roviny ρ, σ jsou různoběžné a jejich průsečnicí je přímka p: $x = -\frac{7}{2} - 6k, y = 3 - 4k, z = \frac{3}{4} + k, k \in \mathbf{R}$.; **b)** Roviny ρ, σ jsou rovnoběžné.

12 $\alpha: x - 3y + 2z - 13 = 0$ **13** $\alpha \| xy, \alpha: z - 2 = 0, \beta \| xz, \beta: y + 5 = 0, \gamma \| yz, \gamma: x = 0$ **14** c, d **15** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** ANO

16 **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** ANO **17** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** NE; **f)** NE

18 (Pozn.: V zadání je chyba v rovnici roviny ρ. Aby v ní přímka p ležela, musela by mít rovina rovnici $\rho: 3x + y + z - 9 = 0$.)
$\sigma: x = 7 - k + 3l, y = 3k - l, z = -2 - 3l; k, l \in \mathbf{R}$; $\sigma: 9x + 3y + 8z - 47 = 0$ **19** Roviny α a γ jsou rovnoběžné, rovina β je s nimi různoběžná.

20 $\rho: x = 2 + 2s, y = 5 + 5s, z = r; r, s \in \mathbf{R}$; $\rho: 5x - 2y = 0$; viz obrázek níže **21** Např.: $\alpha: x = t + s, y = 2t, z = 3 - 3t; t, s \in \mathbf{R}$;
$\beta: x = k + l, y = 2k + l, z = 3 - 3k + l; k, l \in \mathbf{R}$; $\gamma: x = a, y = 2a, z = 3 - 3a + b; a, b \in \mathbf{R}$; $\alpha: 3y + 2z - 6 = 0$, $\beta: 5x - 4y - z + 3 = 0$, $\gamma: 2x - y = 0$

22 Např.: $\alpha: x + y + z + 6 = 0$, $\beta: 3x + 2y + z + 4 = 0$, $\gamma: x + z + 6 = 0$ **23** a, b, d **24** b, d, f

25 **a)** Přímka p leží v rovině ρ.; **b)** Přímka p je s rovinou ρ různoběžná a jejich průsečíkem je bod $P[5; 0; -4]$. **26** **a)** $P\left[-\frac{7}{2}; 3; \frac{3}{4}\right]$; **b)** $P\left[\frac{13}{3}; \frac{1}{3}; 5\right]$

27 $P[2; 1; 3]$ **28** viz obrázek níže **29** viz obrázek níže; **a)** y; **b)** $(1; 0; 1)$; **c)** $(0; 1; 0)$; **d)** $\boldsymbol{u}_y \cdot \boldsymbol{n}_\alpha = 0$ **30** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE

31 $\rho: x = 4 + 5t, y = -2t, z = 1 + s; s, t \in \mathbf{R}$; $\rho: 2x + 5y - 8 = 0$ **32** $p: x = 3, y = 2, z = 1 + t, t \in \mathbf{R}$

33 Přímka m leží v rovině ρ, bod P neleží v rovině ρ. **34** $y_0 = -3, k = -7$ **35** a, b, c, d **36** a, b, e **37** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** ANO

(Pozn.: Jelikož nemáme definován normálový vektor přímky v prostoru, je předpoklad výroku nepravdivý, a dané tvrzení je tedy pravdivé.)

38 **a)** Přímky p, q jsou rovnoběžné.; **b)** Přímky p, q jsou totožné.; **c)** Přímky p, q jsou různoběžné a jejich průsečíkem je bod $P[0; 6; 4]$.; **d)** Přímky p, q jsou mimoběžné.

39 **a)** $p: x = t, y = 4, z = -1, t \in \mathbf{R}$; **b)** $q: x = 0, y = 4 + r, z = -1, r \in \mathbf{R}$; **c)** $r: x = 0, y = 4, z = -1 + s, s \in \mathbf{R}$ **40** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** NE

41 $q: x = 2 - s, y = -3 + s, z = 1 - 3s, s \in \mathbf{R}$; $\rho: 25x + 7y - 6z - 23 = 0$ **42** **a)** Přímky a, b jsou různoběžné a určují rovinu
$\alpha: x = 4 + 3k + 2l, y = -1 + 4k - l, z = 4 + 3l; k, l \in \mathbf{R}$.; **b)** Přímky p, q jsou rovnoběžné a určují rovinu $\rho: x = 7 + 2l, y = -2 + k - 5l, z = 1 - k + 2l; k, l \in \mathbf{R}$.

43 **a)** Přímky a, b jsou mimoběžné a neurčují rovinu.; **b)** Přímky p, q jsou rovnoběžné a určují rovinu $\rho: x = a + b, y = 7 - 2a - 4b, z = 1 - a - 0{,}5b; a, b \in \mathbf{R}$.

44 **a)** Přímky a, p jsou mimoběžné a neurčují rovinu.; **b)** Přímky b, p jsou totožné a neurčují rovinu.; **c)** Přímky c, p jsou různoběžné a určují rovinu
$\gamma: x = -1 + t + s, y = -1 + 7t - 7s, z = 2 - 3t + 3s; t, s \in \mathbf{R}$.; **d)** Přímky d, p jsou mimoběžné a neurčují rovinu. **45** Přímky p, q jsou mimoběžné.

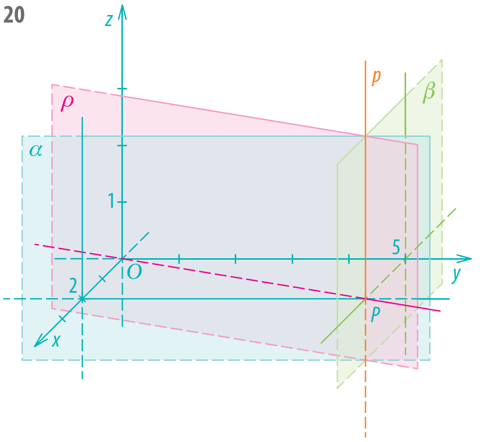
46 **a)** Přímky p, q jsou různoběžné. Úsečky AB, CD se protínají v bodě $P[1; 1; 5]$.; **b)** Přímky p, q jsou mimoběžné.; **c)** Přímky p, q jsou totožné.; **d)** Přímky p, q jsou totožné.

47 **a)** $q: x = -3s, y = s, z = 2s, s \in \mathbf{R}$; **b)** $r: x = 2k, y = k, z = -4k, k \in \mathbf{R}$; **c)** Úloha má více řešení. Např.: $s: x = 2l, y = l, z = l, l \in \mathbf{R}$

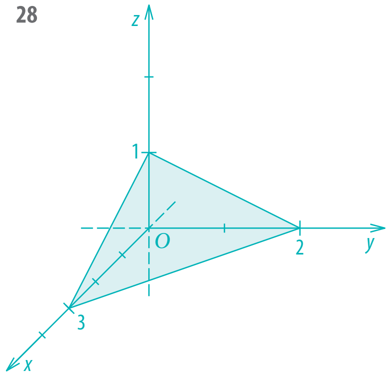
48 Úloha má nekonečně mnoho řešení. Např.: $p: x = 1 - t, y = t, z = 1, t \in \mathbf{R}$, $q: x = 1, y = s, z = 1 + s, s \in \mathbf{R}$, $r: x = m, y = 1, z = 1 + m, m \in \mathbf{R}$

49 **a)** $B[2; 8; 0]$, $E[2; 0; 4]$, $F[2; 8; 4]$, $G[0; 8; 4]$, $S[0; 8; 2]$; **b)** Přímky p, q jsou různoběžné a jejich průsečíkem je bod $P[-2; 16; 4]$.;
c) Přímka p je různoběžná s rovinou α a jejich průnikem je bod $R[1; 4; 1]$.; **d)** Roviny α, β jsou různoběžné a jejich průsečnicí je přímka $r: x = 1, y = 4, z = k, k \in \mathbf{R}$.

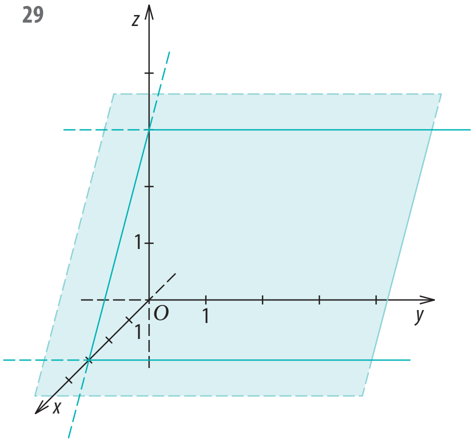
20



28



29



Výjimečný úhel (Odchylky rovin a přímek v prostoru)

01 **a)** $0°$; **b)** $0°$; Např.: $91°$ (Lze doplnit libovolnou velikost úhlu větší než $90°$.); **c)** $0°$; Např.: $91°$ (Lze doplnit libovolnou velikost úhlu větší než $90°$.); **d)** $90°$

02 **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** ANO **03** **a)** $\varphi \doteq 86°12'$; **b)** $\varphi = 0°$ **04** **a)** $\varphi \doteq 97°25'$; **b)** $|\sphericalangle pq| \doteq 82°35'$ **05** **a)** $\beta \doteq 36°42'$; **b)** $\gamma \doteq 74°30'$

06 Úloha má dvě řešení: $z_B = 22$, $z_{\overline{B}} = 4$ **07** Úloha má dvě řešení: $P[10; 3; -7]$, $\overline{P}[4; 3; -1]$ **08** b **09** **a)** NE; **b)** NE; **c)** NE; **d)** NE

10 **a)** Přímky *a*, *b* nejsou k sobě kolmé.; **b)** Přímky *c*, *d* jsou k sobě kolmé. **11** $k = 8$ **12** Čtyřúhelník *ABCD* je lichoběžník.

13 **a)** $\boldsymbol{u}_p = k \cdot (a; b; c), k \in \mathbf{R} - \{0\}$; **b)** $\sin\varphi = \dfrac{|\boldsymbol{u}_p \cdot \boldsymbol{n}_\beta|}{|\boldsymbol{u}_p| \cdot |\boldsymbol{n}_\beta|}$; **c)** $\boldsymbol{u}_p \cdot \boldsymbol{n}_\beta = 0$; **d)** $|\boldsymbol{u}_p \cdot \boldsymbol{n}_\beta| \neq 0$ **14** a, b, d **15** $\varphi \doteq 31°57'$ **16** $\varphi \doteq 1°56'$

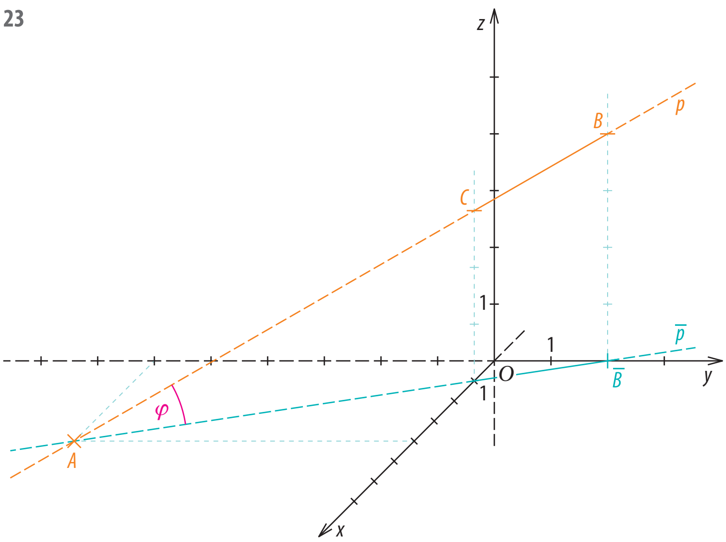
17 **a)** $\alpha = 0°$; **b)** $\beta \doteq 63°26'$; **c)** $\gamma \doteq 26°34'$ **18** **a)** $26°34'$; **b)** $63°26'$; **c)** $0°$; **d)** $63°26'$ **19** $p\colon x = t, y = 1 - t, z = -5 + 3t, t \in \mathbf{R}$

20 $\rho\colon 2x - 4y + 3z + 4 = 0$ **21** **a)** $p\colon x = -3, y = 4 + t, z = 7, t \in \mathbf{R}$; **b)** $\rho\colon x + 3 = 0$ **22** A–4, B–1, C–5, D–2

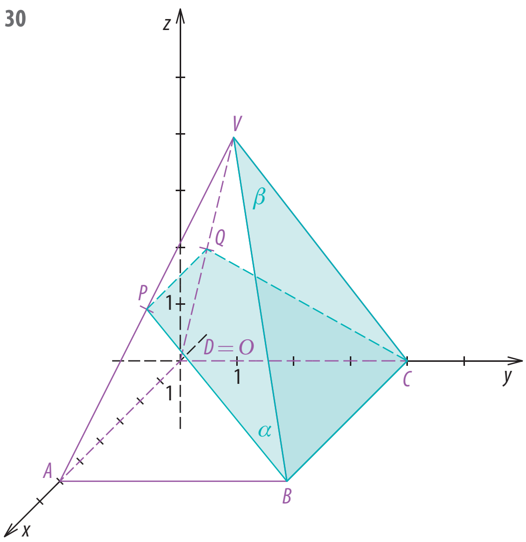
23 **a)** Průsečík přímky *p* s rovinou *xy* má souřadnice $[4; -6; 0]$. Průsečík přímky *p* s rovinou *yz* má souřadnice $[0; 2; 4]$. Průsečík přímky *p* s rovinou *xz* má souřadnice $[1; 0; 3]$; **b)–c)** viz obrázek níže; **d)** $\varphi \doteq 24°6'$ **24** $\overline{p}\colon x = 9 + 5r, y = 10 + 8r, z = 8 + 2r, r \in \mathbf{R}$ **25** **a)** $0°$; **b)** $0°$; Např.: $91°$ (Lze doplnit libovolnou velikost úhlu větší než $90°$.); **c)** $90°$; **d)** $\cos\varphi = \dfrac{|\boldsymbol{n}_\alpha \cdot \boldsymbol{n}_\beta|}{|\boldsymbol{n}_\alpha| \cdot |\boldsymbol{n}_\beta|}$; **e)** $\boldsymbol{n}_\alpha \cdot \boldsymbol{n}_\beta = 0$ **26** **a)** rovnoběžné roviny; **b)** různoběžné roviny; **c)** rovnoběžné roviny; **d)** různoběžné k sobě kolmé roviny

27 **a)** $\varphi \doteq 80°24'$; **b)** $\varphi = 0°$; **c)** $\varphi = 90°$; **d)** $\varphi \doteq 52°34'$ **28** **a)** $\alpha \doteq 63°26'$; **b)** $\beta = 90°$; **c)** $\gamma \doteq 26°34'$ **29** **a)** $\rho\colon x + 3y - 2z + 4 = 0, \sigma\colon 2y - z + 3 = 0$; **b)** $\varphi \doteq 17°1'$; **c)** $x = 2 + k, y = k, z = 3 + 2k, k \in \mathbf{R}$ **30** **a)** $P[4{,}5; 1; 2{,}5]$, $Q[1{,}5; 1; 2{,}5]$; **b)** viz obrázek níže; $\alpha\colon x = t + 3s, y = 4 + 6s, z = -5s; t, s \in \mathbf{R}$; $\alpha\colon 5y + 6z - 20 = 0$; $\beta\colon x = k + 3l, y = 4 + 2l, z = -5l; k, l \in \mathbf{R}$; $\beta\colon 5y + 2z - 20 = 0$; **c)** $\varphi \doteq 28°24'$; **d)** $\psi \doteq 24°33'$

23

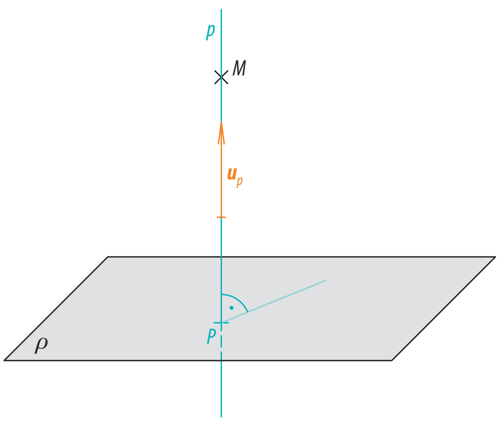


30



Ryba plácající se na lodi (Vzdálenosti bodů, přímek a rovin v prostoru)

01 c **02** $z_B = -\dfrac{41}{8}$ **03** $\overline{A}[-1; -14; 2]$ **04** $P[2; 11; -3]$ **05** $\sqrt{3}$ j **06** **a)** $(a; b; c)$; M, P; $|MP| = |M\rho|$; **b)** $|M\rho| = \dfrac{|a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c \cdot m_3 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$



07 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ j **08** $\frac{3\sqrt{14}}{7}$ j **09** $6\sqrt{3}$ j **10** **a)** $|MO| < \sqrt{15}$ j; **b)** $|M\rho| = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ j; **c)** $|M\rho| < |MO|$ **11** c **12** d **13** **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** NE

14 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ j **15** $S = 9\text{ j}^2$ **16** $|p\rho| = \frac{|a \cdot m_1 + b \cdot m_2 + c \cdot m_3 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$ **17** $\boldsymbol{u}_p \cdot \boldsymbol{n}_\rho = 0, p \parallel \rho$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$ j **18** $\frac{15\sqrt{29}}{29}$ j **19** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE

20 $\sqrt{35}$ j **21** $v_a = 2\sqrt{6}$ j **22** $P[4; -2; 1]$ **23** **a)** $A[4; 0; 0]$, $B[4; 4; 0]$, $C[0; 4; 0]$, $D[0; 0; 0]$, $V[2; 2; 6]$; **b)** Vzdálenost bodu *V* od přímky *AB* je $2\sqrt{10}$ j.; **c)** Vzdálenost bodu *A* od přímky *CV* je $\frac{12\sqrt{22}}{11}$ j.; **d)** Povrch jehlanu je $16 \cdot (1 + \sqrt{10})$ j^2. **24** **a)** NE; **b)** NE; **c)** ANO; **d)** ANO

25 A–2, B–3, C–4, D–1, E–2, F–1, G–1 **26** **a)** NE; **b)** NE; **c)** NE; **d)** NE; **e)** ANO **27** **a)** $\frac{\sqrt{330}}{11}$ j; **b)** $\sqrt{6}$ j **28** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** NE **29** c

30 $p: x = t, y = 0, z = 2\sqrt{3}, t \in \mathbf{R}$; $\overline{p}: x = s, y = 0, z = -2\sqrt{3}, s \in \mathbf{R}$ **31** $\frac{16}{13}$ j **32** Nejkratší úsečka s krajními body na přímkách *p*, *q* má délku $\frac{\sqrt{3}}{3}$ j.

33 **a)** $A[3; 2; 0]$, $B[0; 5; 0]$, $C[0; 0; 0]$, $D[0; 0; 4]$; **b)** Objem čtyřstěnu *ABCD* je 10 j^3.; **c)** Vzdálenost přímek *AB*, *CD* je $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ j.

Musica universalis (Kulová plocha)

01 **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** ANO; **e)** NE; **f)** NE **02** **a)** $S[0; 0; 1]$, $r = 5$; **b)** $S[-5; 4{,}8; 0]$, $r = 2\sqrt{3}$ **03** **a)** $\kappa: (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 36$; **b)** $\kappa: x^2 + (y-5)^2 + (z+4)^2 = 157$ **04** $\kappa: (x+1)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 5$ **05** **a)** Daná rovnice je rovnicí kulové plochy se středem $S\left[-1; -\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right]$ a poloměrem $r = \frac{\sqrt{86}}{2}$.; **b)** Daná rovnice není rovnicí kulové plochy. **06** Úloha má nekonečně mnoho řešení. Např.: $[4; 5; 3]$, $[4; 5; -7]$, $[6; 5; 1]$

07 Úloha má dvě řešení: $\kappa: x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$, $\overline{\kappa}: x^2 + (y-4)^2 + z^2 = 16$ **08** $\kappa: (x-2{,}5)^2 + (y-3{,}5)^2 + (z-1{,}5)^2 = \frac{75}{4}$

09 **a)** $A[-1; 3; -1]$, $B[-1; 3; -9]$; **b)** Vzdálenost bodů *A*, *B* na kulové ploše je přibližně 9,7 j. **10** a, b, c

11 Průsečíky kulové plochy κ s osou *x* jsou body $A[1; 0; 0]$, $\overline{A}[9; 0; 0]$. Kulová plocha κ nemá průsečík s osou *y*. Bod dotyku kulové plochy κ s osou *z* je bod $C[0; 0; -3]$.

12 **a)** Přímka *p* je tečnou kulové plochy κ a mají společný bod $T[0; 1; 6]$.; **b)** Přímka *p* je sečnou kulové plochy κ a mají společné body $P[-2; 3; -3]$, $\overline{P}[-10; -1; -13]$.

13 **a)** $\kappa: (x-4)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \frac{150}{11}$; **b)** $T\left[\frac{13}{11}; -\frac{20}{11}; \frac{6}{11}\right]$ **14** a, b, f **15** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** ANO; **f)** NE

16 Rovina ρ je sečnou rovinou kulové plochy κ. **17** **a)** $\tau: 2x - y + 3z + 14 = 0$, $\overline{\tau}: 2x + y + 3z + 12 = 0$; **b)** $\varphi \doteq 31°$ **18** a

19 Úloha má čtyři řešení: $\kappa: (x-6)^2 + (y-6)^2 + (z-5)^2 = 36$, $\kappa': (x+6)^2 + (y-6)^2 + (z-5)^2 = 36$, $\kappa'': (x+6)^2 + (y+6)^2 + (z-5)^2 = 36$, $\kappa''': (x-6)^2 + (y+6)^2 + (z-5)^2 = 36$