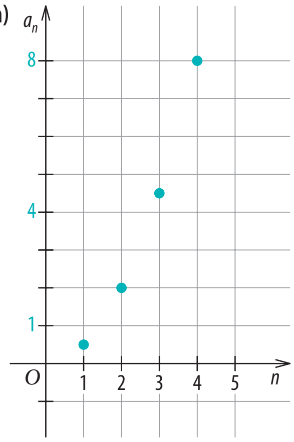
Posloupnosti

Otestujte si své IQ (Základní poznatky o posloupnostech)

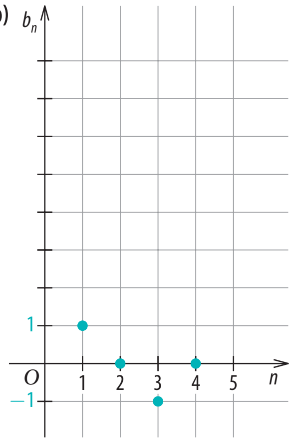
01 **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** ANO; **f)** NE; **g)** ANO **02** **a)** $a_n = \frac{n}{3}$; $n \in \{1; 2; 3; 4\}$; **b)** $(3n^2 - 2)_{n=1}^{\infty}$; **c)** $c_n = \log n$; $n \in \mathbf{N}$; **d)** $(n^2)_{n=1}^{10}$ **03** b, d, f, g, i

04 **a)** výčtem členů; **b)** charakteristickou vlastností; **c)** rekurentně; **d)** vzorcem pro *n*-tý člen **05** **a)** přirozená; **b)** dvou; **c)** nejmenší; není; **d)** platí; přirozené; platí; $k + 1$; **e)** najdeme číslo z dané množiny, pro které dané tvrzení neplatí **06** A–2; B–1; C–4; D–3 **07** **a)** $a_1 = 3\frac{1}{2}$; $a_2 = 9\frac{1}{4}$; $a_3 = 27\frac{1}{8}$; $a_4 = 81\frac{1}{16}$; **b)** $b_1 = -\frac{1}{5}$; $b_2 = \frac{1}{8}$; $b_3 = -\frac{1}{13}$; $b_4 = \frac{1}{20}$; **c)** $c_1 = 2$; $c_2 = -4$; $c_3 = -6$; $c_4 = -16$; **d)** $d_1 = 5$; $d_2 = 3$; $d_3 = 1$; $d_4 = -1$ **08** $a_1 = 43$; $a_2 = 47$; $a_3 = 53$; $a_4 = 61$; $a_5 = 71$; $a_6 = 83$; $a_7 = 97$; $a_8 = 113$; $a_9 = 131$ **09** **a)** $k = 9$; **b)** $k = 5$; **c)** $k = 5$; **d)** $k = 2$ **10** **a)** $a_n = 3n$; $n \in \mathbf{N}$; **b)** $a_n = 4n - 3$; $n \in \mathbf{N}$ **11** **a)** $a_1 = 3$; $a_{n+1} = a_n + 2$; $n \in \mathbf{N}$; **b)** $b_1 = 1$; $b_{n+1} = b_n + 1$; $n \in \mathbf{N}$; **c)** $c_1 = 3$; $c_{n+1} = 3c_n$; $n \in \mathbf{N}$; **d)** $d_1 = 0$; $d_{n+1} = d_n - 1$; $n \in \mathbf{N}$ **12** $a_1 = 28$ **13** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** NE

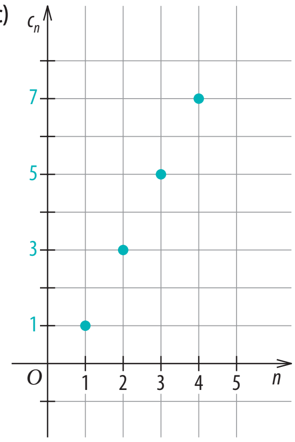
14 **a)**



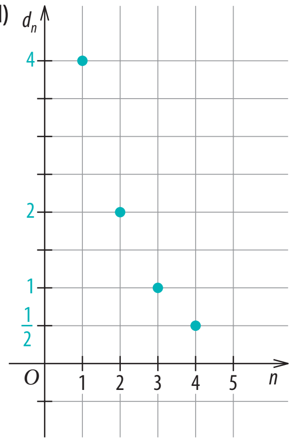
b)



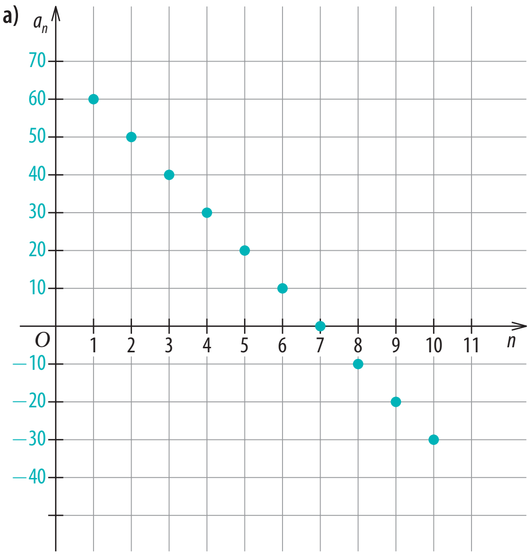
c)



d)



15 **a)**



b) A; **c)** D

16 **a)** $a_1 = -2$; $a_2 = -\frac{1}{2}$;

$a_3 = 0$; $a_4 = \frac{1}{4}$;

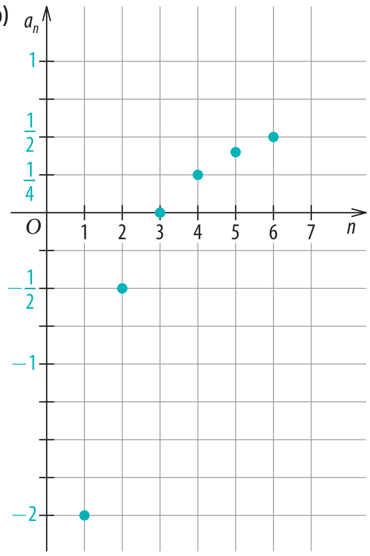
$a_5 = \frac{2}{5}$; $a_6 = \frac{1}{2}$

c) rostoucí;

d) omezená;

e) $h = 1$; $d = -2$

b)



17 **a)** $a_1 = -1$; $a_2 = -2$;

$a_3 = -3$; $a_4 = -4$;

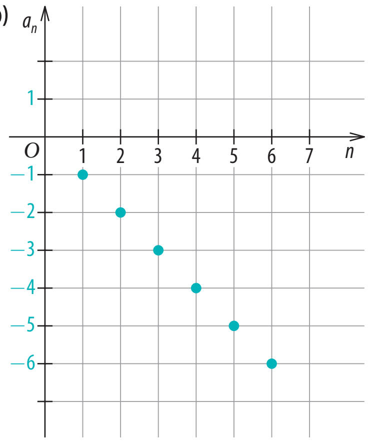
$a_5 = -5$; $a_6 = -6$

c) klesající;

d) shora omezená;

e) $h = -1$; *d* neexistuje

b)



18 **a)** $a_1 = 0$; $a_2 = 1$;

$a_3 = 0$; $a_4 = \frac{1}{2}$;

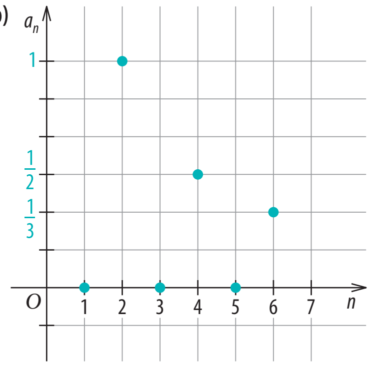
$a_5 = 0$; $a_6 = \frac{1}{3}$

c) ani rostoucí ani klesající;

d) omezená;

e) $h = 1$; $d = 0$

b)



© Nakladatelství Didaktis s.r.o.

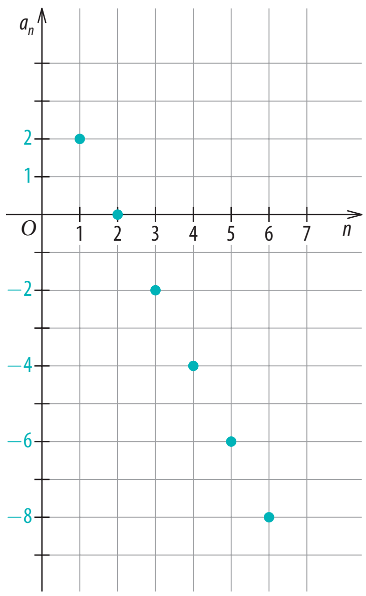
19 $a_n=-2^n$; $n\in\mathbf{N}$; Ověření: 1. krok: $a_1=-2^1=-2$; 2. krok: Předpokládáme, že pro nějaké $k\in\mathbf{N}$ platí $a_k=-2^k$, a chceme ukázat, že platí $a_{k+1}=-2^{k+1}$.; $a_{k+1}=2a_k=2\cdot\left(-2^k\right)=-2^1\cdot 2^k=-2^{k+1}$ **20** $a_n=1+(-1)^n$; $n\in\mathbf{N}$; Ověření: ; 1. krok: $a_1=1+(-1)^1=1-1=0$; 2. krok: Předpokládáme, že pro nějaké $k\in\mathbf{N}$ platí $a_k=1+(-1)^k$, a chceme ukázat, že platí $a_{k+1}=1+(-1)^{k+1}$.; $a_{k+1}=2-a_k=2-\left(1+(-1)^k\right)=1-(-1)^k=1+(-1)^1\cdot(-1)^k=1+(-1)^{k+1}$

21 $a_{n+2}=\dfrac{n}{n+3}$; $a_{n+3}=\dfrac{n+1}{n+4}$; $a_{n+4}=\dfrac{n+2}{n+5}$; $a_{n+5}=\dfrac{n+3}{n+6}$ **22** např. $a_n=\sin\dfrac{(n-1)\pi}{2}$; $n\in\mathbf{N}$ nebo $a_n=-\cos\dfrac{n\cdot\pi}{2}$; $n\in\mathbf{N}$ **23** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE

24 **a)** $a_5=14$; **b)** Číslo 35 je 12. člen posloupnosti. **25** $a_1=0$; $a_2=\dfrac{1}{3}$; $a_3=1$; $a_4=\dfrac{7}{3}$; $a_5=5$ **26** **a)** vzorcem pro n-tý člen: $a_n=2^{n-1}$; $n\in\{1;2;3;4;5\}$; rekurentně: $a_1=1$; $a_{n+1}=2\cdot a_n$; $n\in\{1;2;3;4\}$; **b)** vzorcem pro n-tý člen: $a_n=3\cdot(-1)^{n+1}$; $n\in\{1;2;3;4;5\}$; rekurentně: $a_1=3$; $a_{n+1}=-a_n$; $n\in\{1;2;3;4\}$; **c)** vzorcem pro n-tý člen: $a_n=2n+3$; $n\in\{1;2;3;4;5\}$; rekurentně: $a_1=5$; $a_{n+1}=a_n+2$; $n\in\{1;2;3;4\}$; **d)** vzorcem pro n-tý člen: $a_n=(-1)^n\cdot 3^{5-n}$; $n\in\{1;2;3;4;5\}$; rekurentně: $a_1=-81$; $a_{n+1}=-\dfrac{a_n}{3}$; $n\in\{1;2;3;4\}$ **27** **a)** $a_n=\dfrac{n+2}{2n+1}$; $n\in\{1;2;3;4;5;6\}$; **b)** $a_1=2$; $a_{n+1}=a_n+n$; $n\in\{1;2;3;4;5\}$ **28** **a)** Bubble sort: 1 000 000 ns; Merge sort: 3 000 ns; Efektivnější je algoritmus merge sort.; **b)** Bubble sort: 1 000 s; Merge sort: 0,006 s; Efektivnější je algoritmus merge sort. **29** **a)** 1; 2; 3; 5; **b)** Fibonacciho posloupnost (s prvními dvěma členy 1 a 1) **30** **a)** 1. krok: $a_1=\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot(1+1)=1$; 2. krok: Předpokládáme, že pro nějaké $k\in\mathbf{N}$ platí $a_k=\dfrac{1}{2}k(k+1)$, a chceme ukázat, že $a_{k+1}=\dfrac{1}{2}(k+1)(k+2)$.; $a_{k+1}=\dfrac{1}{2}k(k+1)+(k+1)=(k+1)\left(\dfrac{1}{2}k+1\right)=$ $=\dfrac{1}{2}(k+1)(k+2)$; **b)** 1. krok: $a_3=\dfrac{1}{2}\cdot 3\cdot(3-3)=0$; 2. krok: Předpokládáme, že pro nějaké $k\in\mathbf{N}$; $k>2$ platí $a_k=\dfrac{1}{2}k(k-3)$, a chceme ukázat, že $a_{k+1}=\dfrac{1}{2}(k+1)(k-2)$.; Počet úhlopříček $(k+1)$-úhelníku je o $(k-1)$ větší než počet úhlopříček k-úhelníku, platí tedy: $a_{k+1}=\dfrac{1}{2}k(k-3)+(k-1)=$ $=\dfrac{1}{2}\left(k^2-3k+2k-2\right)=\dfrac{1}{2}\left(k^2-k-2\right)=\dfrac{1}{2}(k+1)(k-2)$; **c)** 1. krok: $a_1=1^2+1\cdot(-1)^{1+1}=1+1=2$; $a_2=2^2+2\cdot(-1)^{2+1}=4-2=2$; 2. krok: Předpokládáme, že pro nějaké $k\in\mathbf{N}$ je $a_k=k^2+k\cdot(-1)^{k+1}$ sudé, a chceme ukázat, že $a_{k+2}=(k+2)^2+(k+2)\cdot(-1)^{(k+2)+1}$ je sudé.; $a_{k+2}=(k+2)^2+(k+2)\cdot(-1)^{(k+2)+1}=$

$$=k^2+4k+4+(k+2)\cdot(-1)^{k+1}\cdot(-1)^2=\underbrace{k^2+k\cdot(-1)^{k+1}}_{\text{sudé (podle předpokladu)}}+\underbrace{4k+4+2\cdot(-1)^{k+1}}_{\text{sudé (násobky 2)}}\Rightarrow(k+2)^2+(k+2)\cdot(-1)^{(k+2)+1}\text{ je sudé}$$

Jak postavit pyramidu? (Aritmetická posloupnost a její užití)



01 **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** NE; **e)** ANO; **f)** ANO; **g)** NE **02** c, e **03** a, d, e **04** **a)** ANO; **b)** NE; **c)** NE; **d)** ANO; **e)** ANO; **f)** NE **05** A–4; B–6; C–8; D–1; E–2; F–7 **06** $a_{10}=2$; $a_{16}=6$ **07** $a_2=\dfrac{61}{2}$; $a_{100}=-\dfrac{625}{2}$

08 $a_1=1$; $d=2$ **09** $s_7=476$; $d=12$ **10** $s_{20}=36$ **11** $s_{20}=-\dfrac{31\,525}{9}=-3\,502,\overline{7}$ **12** Součet všech členů zadané aritmetické posloupnosti mezi 9. a 21. členem je -385. **13** Součet všech dvouciferných sudých přirozených čísel je 2 430. **14** $a_{10}=8a+7$; $s_{10}=35a+25$ **15** $55=3+7+11+15+19$ **16** 48; 42; 36; 30; 24 **17** **a)** $a_1=5$; $d=-3$; **b)** $a_1=9$; $d=2$; **c)** dvě řešení: $a_1=0$; $d=1$ a $\overline{a}_1=-6$; $\overline{d}=1$

18 **a)** KLESAJÍCÍ; **b)** KONSTANTNÍ; **c)** ROSTOUCÍ; **d)** KLESAJÍCÍ; **e)** ROSTOUCÍ; **f)** KLESAJÍCÍ; **g)** ROSTOUCÍ

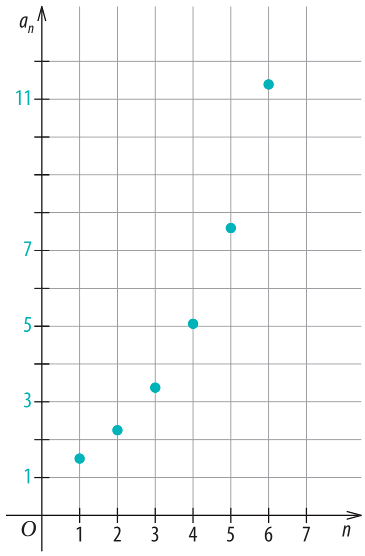
19 **a)** Posloupnost je aritmetická.; **b)** C; **c)** viz obrázek **20** $a_3>5$ **21** K postavení pyramidy vysoké deset pater je potřeba celkem 55 kostek. **22** Studentů bylo celkem 10 a poslední student dostal částku 2 900 Kč. **23** Během 24 hodin zakuká kukačka celkem 156krát. **24** Klusák a herka se potkají 17. den. **25** Velikosti zbylých vnitřních úhlů v zadaném pětiúhelníku jsou 80°, 94°, 108° a 122°. **26** Ze všech prvků množiny všech reálných kladných kořenů dané rovnice lze sestavit aritmetickou posloupnost. **27** $2n-1$ **28** $K=\{32\}$ **29** Pro $c<0$ je posloupnost rostoucí. Pro $c>0$ je posloupnost klesající. Posloupnost není konstantní pro žádné hodnoty b a c.

Pozor na matematiky (Geometrická posloupnost a její užití)

01 **a)** NE; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** NE; **e)** ANO; **f)** NE; **g)** NE **02** **a)** $q=4x^2$; **b)** $a_1=\dfrac{x}{2}$; $a_2=2x^3$; $a_3=8x^5$; $a_4=32x^7$; $a_5=128x^9$; $a_6=512x^{11}$ **03** Čísla 16; -8; 4 a -2 jsou členy dané posloupnosti. Součet těchto čísel je 10. **04** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** ANO; **d)** NE; **e)** ANO; **f)** ANO **05** rekurentně: $a_1=2$; $a_{n+1}=-2a_n$; $n\in\mathbf{N}$; vzorcem pro n-tý člen: $a_n=-(-2)^n$; $n\in\mathbf{N}$ **06** $a_5=2^9\cdot 3^{-3}\cdot 5^4$; $a_{17}=2^{33}\cdot 3^{-15}\cdot 5^{16}$ **07** $a_3=2^{-4}\cdot 3^7$; $a_{50}=2^{43}\cdot 3^{-40}$ **08** dvě řešení: $a_1=\dfrac{3}{2}$; $q=2$ a $a_1'=-\dfrac{3}{2}$; $q'=-2$

© Nakladatelství Didaktis s.r.o.

09 $s_{10}=\frac{3\,069}{512}\doteq 6$ **10** dvě řešení: $s_7=1\,143$ a $s_7'=387$ **11** $s_{100}\doteq 2{,}44\cdot 10^{18}$ **12** Daná posloupnost má 10 členů. **13** $x=2$; $a_1=8$; $q=1{,}5$ **14** dvě řešení: $s_5=\frac{b^5-a^5}{ab\cdot(b-a)}$ a $s_5'=-\frac{a^5+b^5}{ab\cdot(a+b)}$ **15** $n=13$ **16** $a=8$ cm; $b=12$ cm; $c=18$ cm **17** **a)** KLESAJÍCÍ; **b)** KONSTANTNÍ; **c)** KLESAJÍCÍ; **d)** ROSTOUCÍ; **e)** KONSTANTNÍ; **f)** ROSTOUCÍ **18** **a)** OMEZENÁ; **b)** OMEZENÁ; **c)** OMEZENÁ; **d)** ZDOLA NEOMEZENÁ; **e)** SHORA NEOMEZENÁ; **f)** SHORA NEOMEZENÁ, ZDOLA NEOMEZENÁ **19** $a_1=15$; $q=\frac{2}{3}$ **20** $q=\frac{x}{2}$ **21** $s_7=1821\frac{2}{3}$ **22** **a)** Daná posloupnost je geometrická.; **b)** $a_1=\frac{3}{2}$; $a_2=2\frac{1}{4}$; $a_3=3\frac{3}{8}$; $a_4=5\frac{1}{16}$; $a_5=7\frac{19}{32}$; $a_6=11\frac{25}{64}$; viz obrázek **23** a, b, d, e **24** $x=10$ **25** **a)** $x=10\cdot\sqrt[3]{6}$; $y=10\cdot\sqrt[3]{36}$; **b)** Jelikož $0<10<60$, neexistují čísla x, y taková, aby posloupnost 10; x; y; 60 byla geometrická a nebyla rostoucí. **26** **a)** $x=20$; $y=40$; **b)** Neexistují čísla x, y, která splňují všechny uvedené podmínky. **27** Délka strany desátého čtverce v pořadí je rovna 2^{-4} mm. **28** $q=2$; e **29** Hledaná čísla jsou 8; 4; 2; 0; -2. **30** Bylo by potřeba alespoň 83 dělení. **31** Počet bakterií by překročil počet lidí v roce 2016 v 8 hodin a 15 minut ráno. **32** Mezi lety 1869 a 1900 byl roční procentuální přírůstek přibližně 1,77 %. **33** Daná posloupnost je rostoucí pro $x\in(0;1)$, klesající pro $x\in(1;+\infty)$ a konstantní pro $x=1$.



Finanční matematika

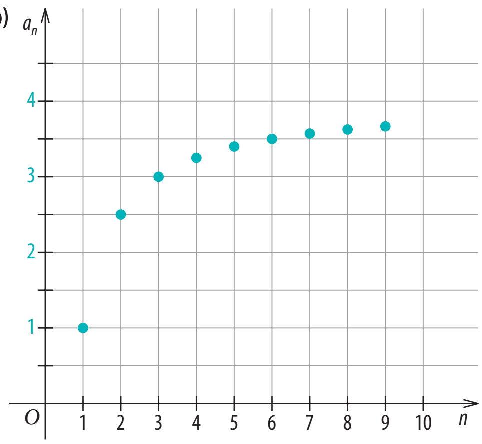
Nechte své peníze vydělávat za vás (Základní pojmy a vztahy úrokového počtu)

01 **a)** věřitel; **b)** úrok; **c)** daň z úroku; **d)** jednoduché; **e)** složené; **f)** spoření; **g)** úvěr **02** a, c, d, g, h, i **03** **a)** NE; **b)** ANO; **c)** NE; **d)** ANO; **e)** ANO; **f)** NE; **g)** NE; **h)** ANO **04** Standard 30E/360: 107 dní, 1 872 500 Kč; Standard ACT/360: 109 dní, 1 907 500 Kč **05** **a)** 0,9 %; **b)** 0,45 %; **c)** 0,15 % **06** Vklad pana I. J. vzroste za 11 let o 11 % při roční úrokové míře přibližně 1,18 %. **07** Panu K. L. se vložená částka zdvojnásobí za 95 let. **08** Paní M. N. musí do banky uložit alespoň 21 753 Kč. **09** Paní O. P. obdržela na čistých úrocích 13 770 Kč. **10** **a)** Vklad by vzrostl přibližně na 576 947 Kč.; **b)** Vklad by vzrostl přibližně na 564 753 Kč.; **c)** Bez danění: přibližně 76 947 Kč; S daněním: přibližně 64 753 Kč **11** Pan S. T. si musí uložit částku alespoň 120 717 Kč. **12** Na knížce bude za tři měsíce 15 100 Kč při měsíční úrokové míře přibližně 0,26 %. **13** Pan X. Y. naspoří alespoň 145 000 Kč za 846 týdnů, tj. přibližně za 16 let a dva a půl měsíce. **14** Paní A. B. musí ukládat částku přibližně 4 561 Kč. **15** **A)** Čistý úrok je za každé úrokovací období 12 750 Kč. **a)** NE; **b)** ANO; **A)** 12 750 Kč, 12 913 Kč, 13 077 Kč, 13 244 Kč, 13 413 Kč, 13 584 Kč; **a)** ANO; **b)** NE **16** **a)** Paní C. D. bude úvěr splácet 41 měsíců.; **b)** Paní C. D. zaplatí přibližně 40 700 Kč. **17** Pan E. F. zaplatí lichvářské firmě celkem 130 000 Kč. **18** **a)** Při jednoduchém ročním úročení musí být vklad přibližně 57 412 Kč.; **b)** Při jednoduchém půlročním úročení musí být vklad přibližně 52 054 Kč.; **c)** Při složeném ročním úročení musí být vklad přibližně 57 087 Kč. **19** Za daných podmínek je nepatrně výhodnější varianta B. **20** Za daných podmínek je nejvýhodnější nabídka banky A a nejméně výhodná nabídka banky B. **21** tabulka viz řešený pracovní sešit; Za daných podmínek je nejvýhodnější nabídka banky B. **22** Za daných podmínek je nejvýhodnější nabídka banky C.

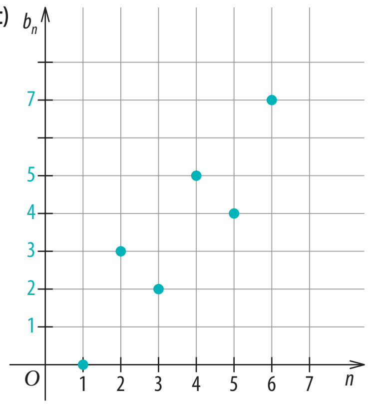
Limita posloupnosti a řady

Na půli cesty k nekonečnu (Limita posloupnosti a věty o limitách)

01 b, d, e, f, h **02** **a)** $a_1=1$; $a_2=\frac{5}{2}$; $a_3=3$; $a_4=\frac{13}{4}$; $a_5=\frac{17}{5}$; $a_6=\frac{7}{2}$; $a_7=\frac{25}{7}$; $a_8=\frac{29}{8}$; $a_9=\frac{11}{3}$; **b)**



c) rostoucí; 4; **d)** $n>300$ **03** **a)** $b_1=0$; $b_2=3$; $b_3=2$; $b_4=5$; $b_5=4$; $b_6=7$; **b)** není; neblíží k žádnému reálnému číslu; divergentní; **c)**



© Nakladatelství Didaktis s.r.o.

04 **a)** $c_1 = 1$; $c_2 = \frac{3}{5}$; $c_3 = \frac{3}{7}$; $c_4 = \frac{1}{3}$; $c_5 = \frac{3}{11}$; $c_6 = \frac{3}{13}$; **b)** klesající; 0; konvergentní; **c)** 1. Hypotéza: $c = 0$; 2. $c - \varepsilon < c_{n_1}$; $0 - \varepsilon < \frac{3}{2n_1 + 1}$; $\varepsilon > 0 > -\frac{3}{2n_1 + 1}$; Uvedená nerovnost platí pro všechna $n_1 \in \mathbf{N}$. Zvolme tedy např. $n_1 = 1$.; $c + \varepsilon > c_{n_2}$; $0 + \varepsilon > \frac{3}{2n_2 + 1}$; $\varepsilon \cdot (2n_2 + 1) > 3$; $n_2 > \frac{3}{2\varepsilon} - \frac{1}{2}$; Zvolme tedy za n_2 libovolné přirozené číslo větší než $\frac{3}{2\varepsilon} - \frac{1}{2}$.; 3. $n_0 > \frac{3}{2\varepsilon} - \frac{1}{2}$; 4. $\left|\frac{3}{2n+1} - 0\right| = \frac{3}{2n+1} \leq \frac{3}{2n_0 + 1} < \frac{3}{2 \cdot \left(\frac{3}{2\varepsilon} - \frac{1}{2}\right) + 1} = \frac{3}{\frac{3}{\varepsilon} - 1 + 1} = \frac{3}{\frac{3}{\varepsilon}} = \varepsilon$; $\left|\frac{3}{2n+1} - 0\right| < \varepsilon$; 5. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3}{2n+1} = 0$

05 **a)** -6; **b)** $-\frac{9}{2}$; **c)** 12; **d)** $-\frac{9}{2}$; **e)** 6; **f)** $-\frac{5}{2}$ **06** **a)** 0; **b)** 2; **c)** 2; **d)** 5; **e)** -5; **f)** -7 **07** **a)** $+\infty$; **b)** $+\infty$; **c)** $-\infty$; **d)** $+\infty$; **e)** $-\infty$; **f)** $+\infty$; **g)** $+\infty$; **h)** -3

09 **a)** -4; **b)** 0; **c)** 0; **d)** $+\infty$; **e)** 3; **f)** $+\infty$; **g)** $-\infty$; **g)** -1 **10** **a)** 0; **b)** 2; **c)** 0; **d)** 0; **e)** 0; **f)** $+\infty$; **g)** 1; **h)** $\frac{5}{2}$; **i)** 100; **j)** $+\infty$; **k)** -2; **l)** 0 **11** A–1; B–2; C–1; D–3

12 **a)** $\frac{5}{4}$; **b)** $\frac{3}{8}$; **c)** $-\frac{1}{3}$; stejný; podílu **13** **a)** $+\infty$; **b)** $+\infty$; **c)** $+\infty$; větší; kladný; $+\infty$ **14** **a)** $-\infty$; **b)** $-\infty$; **c)** $-\infty$; větší; záporný; $-\infty$ **15** **a)** 0; **b)** 0; **c)** 0; menší; 0 **16** **a)** divergentní; **b)** divergentní; **c)** konvergentní; **d)** konvergentní; **e)** konvergentní; **f)** divergentní **17** **a)** např. $\left(6 + n^{-1}\right)_{n=1}^{\infty}$; **b)** např. $\left(5 - n^{-1}\right)_{n=1}^{\infty}$; **c)** např. $(4)_{n=1}^{\infty}$; **d)** např. $\left(\frac{6n+2}{2n-5}\right)_{n=1}^{\infty}$; **e)** např. $\left(2 + (-1)^n\right)_{n=1}^{\infty}$; **f)** např. $\left(\left(-\frac{1}{n}\right)^n\right)_{n=1}^{\infty}$; **g)** např. $\left(n^{(-1)^n}\right)_{n=1}^{\infty}$ **18** **a)** $a_1 = -3$; $a_2 \doteq -2{,}12$; $a_3 \doteq -1{,}73$; $a_4 = -1{,}5$; $a_5 \doteq -1{,}34$; $a_6 \doteq -1{,}22$; $a_7 \doteq -1{,}13$; $a_8 \doteq -1{,}06$; $a_9 \doteq -1$; **b)** rostoucí; 0; **c)** Hypotéza: $a = 0$; $a - \varepsilon < a_{n_1}$; $0 - \varepsilon < \frac{-3}{\sqrt{n_1}}$; $\varepsilon > \frac{3}{\sqrt{n_1}}$; $\sqrt{n_1} > \frac{3}{\varepsilon}$; $n_1 > \left(\frac{3}{\varepsilon}\right)^2$; Zvolme tedy za n_1 libovolné přirozené číslo větší než $\left(\frac{3}{\varepsilon}\right)^2$.; $a + \varepsilon > a_{n_2}$; $0 + \varepsilon > \frac{-3}{\sqrt{n_2}}$; $\varepsilon > 0 > \frac{-3}{\sqrt{n_2}}$; Uvedená nerovnost platí pro všechna $n_2 \in \mathbf{N}$.; Zvolme tedy např. $n_2 = 1$.; Zvolme za n_0 maximum z čísel n_1 a n_2, pak platí $n_0 > \left(\frac{3}{\varepsilon}\right)^2$.; Chceme ukázat, že pro každé přirozené číslo $n \geq n_0$ platí $|a_n - a| < \varepsilon$.; $\left|\frac{-3}{\sqrt{n}} - 0\right| = \frac{3}{\sqrt{n}} \leq \frac{3}{\sqrt{n_0}} < \frac{3}{\sqrt{\left(\frac{3}{\varepsilon}\right)^2}} = \frac{3}{\frac{3}{\varepsilon}} = \varepsilon$; $\left|\frac{-3}{\sqrt{n}} - 0\right| < \varepsilon$; $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{-3}{\sqrt{n}} = 0$ **19** e **20** a, b, c, d, e, h; **a)** Věta o limitě podílu předpokládá, že „limita jmenovatele je různá od nuly“. Výraz $\frac{1}{0}$ je navíc neurčitý.; **b)** Věta o limitě podílu předpokládá, že „limita jmenovatele je různá od nuly“. Výraz $\frac{-1}{0}$ je navíc neurčitý.; **c)** Věta o limitě součinu předpokládá, že pokud je „limita jednoho činitele nevlastní“, pak „limita druhého činitele je vlastní a nenulová“. Výraz $0 \cdot (+\infty)$ je navíc neurčitý.; **d)** Věta o limitě podílu předpokládá, že „limita čitatele nebo jmenovatele je vlastní“. Věta o limitě rozdílu předpokládá, že „limita menšence nebo menšitele je vlastní“. Výraz $+\infty - (+\infty)$ je navíc neurčitý.; **e)** Věta o limitě podílu předpokládá, že „limita čitatele nebo jmenovatele je vlastní“. Věta o limitě součtu předpokládá, že „limita nejvýše jednoho ze sčítanců je nevlastní“. Výraz $\frac{+\infty}{+\infty}$ je navíc neurčitý.; **h)** Věta o limitě podílu předpokládá, že „limita čitatele nebo jmenovatele je vlastní“. Věta o limitě součinu předpokládá, že „limita nejvýše jednoho činitele je nevlastní“. Věta o limitě součtu (rozdílu) předpokládá, že „limita nejvýše jednoho ze sčítanců (menšence nebo menšitele) je nevlastní“. Výraz $\frac{+\infty - 1}{+\infty - 1}$ je navíc neurčitý. **21** Pro $a \in (-1; 1)$ je daná limita rovna 5, pro $a = 1$ je rovna 3,2 a pro $a \in \mathbf{R} - \langle -1{,}5; 1\rangle$ je rovna 0,5. Pro $a = -1$ je posloupnost $\left(\frac{a^n + 15}{2a^n + 3}\right)_{n=1}^{\infty}$ oscilující, tj. nemá pro n jdoucí k nekonečnu limitu. **22** a, b, e, f

Návrat ke sčítání (Nekonečná geometrická řada)

01 **a)** ANO; **b)** ANO; **c)** NE **02** **a)** je; **b)** limita; **c)** divergentní, aritmetická, divergentní; **d)** kvocientu, geometrická, konvergentní **03** c, d **04** **a)** $1 + 3 + 5 + 7 + 9$; **b)** $\frac{9x}{8} + \frac{12x}{9} + \frac{15x}{10} + \frac{18x}{11} + \frac{21x}{12} + \frac{24x}{13}$; **c)** $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \ldots + 2n + \ldots$; **d)** $1 + \frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}} + \left(\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}\right)^{n-1} + \ldots$ **05** **a)** $\sum\limits_{n=1}^{14}(2n+1)$; **b)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(34 - 4n)$; **c)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{4}$; **d)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2n} = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2}$; **e)** $\sum\limits_{n=1}^{13}\frac{13-n}{12}$ **06** **a)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}$; **b)** $\sum\limits_{n=1}^{11}\left(\sqrt{2}\right)^{n-1}$; **c)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(2^n \cdot 3^{n-1}\right)$; **d)** $\sum\limits_{n=1}^{10}\left(-(-2)^n\right)$; **e)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty}2^{2-n}$

07 **a)** $a_1 = 0{,}1$; $a_2 = 0{,}01$; $a_3 = 0{,}001$; $a_4 = 0{,}0001$; $a_5 = 0{,}00001$; $a_6 = 0{,}000001$; $a_7 = 0{,}0000001$; $a_8 = 0{,}00000001$; $a_9 = 0{,}000000001$; **b)** $s_1 = 0{,}1$; $s_2 = 0{,}11$; $s_3 = 0{,}111$; $s_4 = 0{,}1111$; $s_5 = 0{,}11111$; $s_6 = 0{,}111111$; $s_7 = 0{,}1111111$; $s_8 = 0{,}11111111$; $s_9 = 0{,}111111111$; **c)** konvergentní; je, je, má; lze

08 **a)** Posloupnost je geometrická.; **b)** Posloupnost je konvergentní. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(3^{-n}\right) = \frac{1}{2}$ **09** **a)** Posloupnost je geometrická.; **b)** Posloupnost je konvergentní.

10 **a)** Posloupnost je aritmetická.; **b)** Posloupnost je divergentní. **11** **a)** Posloupnost je geometrická.; **b)** Posloupnost je divergentní. **12** **a)** 2; **b)** $2\sqrt{5}$; **c)** řada je divergentní; **d)** $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$; **e)** 6; **f)** $\frac{\ln 2}{2 - \ln 2} \doteq 0{,}53$ **13** $a_1 = 2$ **14** **a)** $\frac{32}{99}$; **b)** $\frac{11}{9}$; **c)** $\frac{58}{225}$; **d)** $\frac{794}{99}$ **15** **a)** např. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{12}{17}\right)^{n-1}$; **b)** např. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(5 \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^n\right)$; **c)** např. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}2^{3-2n}$; **d)** např. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{8}{11}\right)^{n-1}$; **e)** např. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^n\right)$ **16** Délka dané lomené čáry je rovna $\left(4 + 4 \cdot \sqrt{2}\right)$ cm, tedy přibližně 9,66 cm. **17** Daná řada konverguje pro všechna $x \in (-0{,}1; 0{,}1)$. **18** $K = \{1; 3{,}2\}$ **19** $K = \left\{\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}\right\}$

© Nakladatelství Didaktis s.r.o.