TESTY 2018 Z MATEMATIKY PRO ŽÁKY 9. TŘÍD ZŠ – PŘÍLOHA

Rozšířený klíč

Tento rozšířený klíč obsahuje celé postupy řešení tzv. široce otevřených úloh z cvičných didaktických testů a nápovědy k řešení (či řešení) vybraných úloh z publikace Testy 2018 z matematiky pro žáky 9. tříd ZŠ.

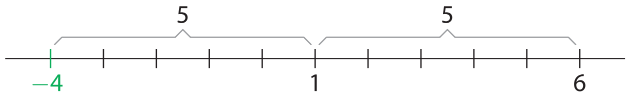
Jelikož u široce otevřených úloh existuje vždy několik možných postupů řešení, jsou u některých úloh uvedeny dva různé postupy.

ROZŠÍŘENÝ KLÍČ KE SBÍRCE TESTOVÝCH ÚLOH

1.1 Operace s čísly — s. 12–16

2 $999-(-99)=1\,098$

3



7 $\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{4}{10}+\frac{4}{15}=\frac{5\cdot4-1\cdot6}{6\cdot4}\cdot\frac{4}{10}+\frac{4}{15}=$
$=\frac{14}{6}\cdot\frac{1}{10}+\frac{4}{15}=\frac{7}{30}+\frac{8}{30}=\frac{15}{30}=\frac{1}{2}$

9 $\frac{13}{7}+\frac{n}{3}>5$

$\frac{n}{3}>\frac{35}{7}-\frac{13}{7}$

$\frac{n}{3}>\frac{22}{7}$

$n>\frac{66}{7}$

$n>9\frac{3}{7}$

$n=10$

12 Pokud jsou čísla v poměru 7 : 2, pak je jejich podíl roven $\frac{7}{2}$.

25 Pro kladná reálná čísla a, b platí:
$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$ a $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

30 Pokud je podíl R : A se zbytkem 1, pak podíl $(\mathrm{R}-1)$: A je beze zbytku.

1.2 Operace s algebraickými výrazy — s. 16–19

5 $\frac{4}{3}a-\frac{5a}{6}-0{,}5a=a\cdot\left(\frac{4}{3}-\frac{5}{6}-0{,}5\right)=$
$=a\cdot\left(\frac{8}{6}-\frac{5}{6}-\frac{3}{6}\right)=a\cdot0=0$

6 Kromě úpravy zadaného výrazu lze úlohu řešit i pomocí dosazení vhodných čísel za x a y, např. $x=1$ a $y=1$. Pozor však na možnost E.

10 **10.1** $(-x+2)\cdot(x+2)+(2-x)^2=$
$=(2-x)\cdot(x+2)+(2-x)^2=$
$=(2-x)\cdot(x+2+2-x)=$
$=(2-x)\cdot4=-4x+8$

nebo $(-x+2)\cdot(x+2)+(2-x)^2=$
$=(2-x)\cdot(2+x)+4-4x+x^2=$
$=4-x^2+4-4x+x^2=-4x+8$

17 Maximální počet lidí ubytovaných v třílůžkových pokojích je $3\cdot t$, ve čtyřlůžkových je to $4\cdot(18-t)$.

20 $a=z$ cm, $b=a-3$ cm $=(z-3)$ cm,
$c=\frac{a+b}{2}=\frac{z+z-3}{2}$ cm

1.3 Lineární rovnice — s. 19–21

4 **4.3** $2\cdot(c-4)=-8+2c$
$2c-8=2c-8$
$0c=0$
$c\in\mathbf{R}$

Každé reálné číslo je kořenem rovnice.

7 Má-li být řešením rovnice číslo 1, pak můžeme za x toto číslo dosadit a určit chybějící číslo v rámečku tak, aby rovnost platila.

8 Lineární rovnice nemá řešení v případě, že je na obou jejích stranách stejný násobek neznámé a současně jsou na obou stranách různé absolutní členy (konstanty).

1.4 Slovní úlohy — s. 21–26

14 Ceny vstupenek není nutné určovat, stačí si uvědomit, že se na večerní promítání prodalo o pětinu více obyčejných i o pětinu více zlevněných vstupenek než na odpolední promítání.

15 Za dvě jednosměrné jízdenky zaplatí pan Mlsný celkem 56 Kč a při nákupu jedné sklenice medu zaplatí u včelaře o 10 Kč méně než v obchodě.

21 Výhodné je nejprve určit, za kolik hodin by umyla všechna okna paní školnice a za kolik její pomocník.

1.5 Procenta — s. 26–29

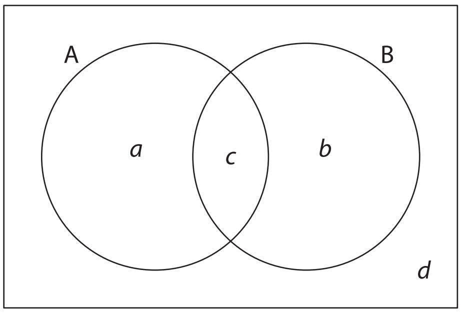
11 Když bylo v akváriu 200 rybiček, tak 2 bílé rybičky představovaly 1 % ze všech rybiček. Poté co mlsná kočka sežrala několik červených rybiček, představují 2 bílé rybičky 2 % ze všech rybiček v akváriu.

24 **24.1** Stačí vycházet z toho, že výrobek A byl původně třikrát levnější než výrobek B a po úpravách cen stojí oba výrobky stejně.

$$1+1\cdot\frac{x}{100}=3-3\cdot\frac{x}{100}$$

2.1 Práce s daty v tabulce — s. 30–31

2 Při řešení úlohy je výhodné využít grafického znázornění, např. Vennova diagramu, kde
a je počet těch, kteří se zúčastnili pouze výletu A,
b je počet těch, kteří se zúčastnili pouze výletu B,
c je počet těch, kteří se zúčastnili obou výletů,
d je počet těch, kteří se nezúčastnili ani jednoho výletu.



2.2 Práce s daty v grafu — s. 32–33

4 **4.2** Rozhodnout o pravdivosti tvrzení lze i bez výpočtu průměru všech teplot. Pokud např. Tomáš během 13. května naměřil teplotu 13 °C (16 °C − 3 °C) i teplotu 19 °C (16 °C + 3 °C), pak tato dvojice teplot neovlivní, zda průměr všech naměřených teplot je, nebo není roven 16 °C.

2.3 Převody jednotek — s. 34–35

10 Úlohu lze řešit pomocí trojčlenky. Pokud však víme, co platí pro formáty papíru, lze si výpočet zjednodušit. (Formát A0 má plochu 1 m^2, formát A1 vznikne rozpůlením formátu A0, formát A2 rozpůlením formátu A1 atd.)

3.1 Konstrukční úlohy — s. 36–41

4 Pokud střed rovnoběžníku označíme *S*, pak součet délek úseček *AS* a *SD* má být co nejmenší. Součet délek těchto úseček je stejný jako součet úseček $A'S$ a *SD*, kde A' je obraz bodu *A* v osové souměrnosti s osou *p*.

15 Body, které jsou osově souměrné podle osy *o*, mají od bodu ležícím na ose *o* stejné vzdálenosti.

3.2 Pravoúhlý trojúhelník — s. 41–45

3 Výpočet je výhodné provést v decimetrech a využít vztahu $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$.

8 Výpočet délky strany *CD* lze zjednodušit, pokud využijeme podobnosti a uvědomíme si, že $20=4\cdot 5$ a $48=4\cdot 12$. Délka strany *CD* je tedy čtyřnásobkem délky přepony pravoúhlého trojúhelníku s délkami odvěsen 5 cm a 12 cm.

10 Přepona rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku o obsahu 25 m^2 má stejnou délku jako úhlopříčka čtverce o obsahu 50 m^2.

12 Úhlopříčky kosočtverce jsou na sebe kolmé a navzájem se půlí.

3.3 Úhly — s. 45–48

14 Trojúhelník *ACD* je rovnoramenný a úhly *BAC* a *ACD* tvoří dvojici střídavých úhlů.

15 Výhodné je bodem *L* vést přímku rovnoběžnou s přímkou *AB* a využít vlastností střídavých úhlů.

3.4 Rovinné útvary — s. 48–53

10 Obsah trojúhelníku *ASD* lze určit jako rozdíl obsahu lichoběžníku *ABCD* a součtu obsahů trojúhelníků *ABS* a *CDS*.

13 Obvod obrazce je roven obvodu obdélníku s délkami stran a_3+a_4 a a_4, kde a_3 je délka strany čtverce T_3 a a_4 je délka strany čtverce T_4.

3.5 Tělesa — s. 53–57

8 $6\cdot(x+1)^2=6x^2+66$

14 Jelikož kostky tvaru krychle nezaplní zcela krabici ve tvaru kvádru, není vhodné úlohu řešit pomocí výpočtu objemu.

4 Nestandardní aplikační úlohy a problémy — s. 58–59

3 Obrazce „typu A a B" tvořené z jednoho lichoběžníku mají stejné obvody. Po přidání druhého (i každého dalšího sudého) lichoběžníku se rozdíl obvodů zvětší o 4 cm. Po přidání třetího (i každého dalšího lichého) lichoběžníku se rozdíl obvodů zvětší o 2 cm (6 cm − 4 cm).

4 Strany každého trojúhelníku splňují tzv. trojúhelníkovou nerovnost.
Nejdelší strana původního trojúhelníku má stejnou délku jako nejkratší strana trojúhelníku, který vznikne po 2. prodloužení.

5 **5.1** Protiplovoucí trajekty je výhodné rozdělit do tří skupin – na ty, které jsou na cestě v okamžiku vyplutí „našeho" trajektu, na ten, který vyplouvá současně s „naším" trajektem, a na ty, které vyplují během plavby „našeho" trajektu.

5.2 Ze souhlasně plovoucích trajektů potká loď pobřežní stráže jen ty, které vypluly méně než 6,5 hodiny před vyplutím lodě pobřežní stráže.

ROZŠÍŘENÝ KLÍČ K CVIČNÝM DIDAKTICKÝM TESTŮM

Didaktický test 1 — s. 62–66

3 **3.1** $0{,}3^2 \cdot 5 - 0{,}3 = \left(\frac{3}{10}\right)^2 \cdot 5 - \frac{3}{10} = \frac{9}{100} \cdot 5 - \frac{3}{10} =$

$= \frac{9}{20} - \frac{6}{20} = \frac{3}{20}$

3.2 $\frac{5}{6} + \frac{5}{8} - \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 8}{6 \cdot 8} + \frac{5 \cdot 6}{8 \cdot 6} - \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 8} =$

$= \frac{40 + 30 - 25}{48} = \frac{45}{48} = \frac{15}{16}$

4 **4.1** $(2m-1)(2m+1) - 4m^2 =$

$= 4m^2 - 1^2 - 4m^2 = -1$

4.2 $4m^2 - 2m - (2m-1)^2 =$

$= 4m^2 - 2m - (4m^2 - 4m + 1) =$

$= 4m^2 - 2m - 4m^2 + 4m - 1 =$

$= 2m - 1$

nebo $4m^2 - 2m - (2m-1)^2 =$

$= 2m \cdot (2m-1) - (2m-1)^2 =$

$= (2m-1) \cdot [2m - (2m-1)] =$

$= (2m-1) \cdot 1 = 2m - 1$

5 **5.1** $z(z+2) = (z-1)^2 - 1$

$z^2 + 2z = z^2 - 2z + 1 - 1$

$4z = 0$

$z = 0$

5.2 $\frac{2z-1}{2} + \frac{z+2}{4} = 9 + \frac{z}{8}$

$4 \cdot (2z-1) + 2 \cdot (z+2) = 8 \cdot 9 + z$

$8z - 4 + 2z + 4 = 8 \cdot 9 + z$

$9z = 8 \cdot 9$

$z = 8$

8 **8.1** Průměr kružnice opsané pravoúhlému trojúhelníku je roven délce jeho přepony.

8.2 Při výpočtu lze využít obsahu pravoúhlého trojúhelníku *OPN* a toho, že úsečka *QP* je výškou tohoto trojúhelníku.

13 Obsah trojúhelníku *KRP* je dvakrát větší než součet obsahů trojúhelníků *PUQ* a *QTM*. Obsah kosodélníku *RLSP* je dvakrát větší než obsah trojúhelníku *KRP* a čtyřikrát větší než obsah kosodélníku *USTQ*.

14 Jelikož jsou trojúhelníky *ABD* a *DBC* podobné, musí být poměry délek odpovídajících si stran stejné, tj. $|AB| : |BD| = |BD| : |BC|$.
Lze zvolit i jiný postup, např. si stačí uvědomit, že obvod trojúhelníku *DBC* je třikrát větší než obvod trojúhelníku *ABD*, jelikož $|BC| : |BD| = 3$.

Didaktický test 2 — s. 67–71

3 **3.1** $\frac{0{,}121}{0{,}11} : (0{,}1)^2 = \frac{121}{110} : \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{11}{10} \cdot 100 = 110$

3.2 $\dfrac{2{,}5 \cdot \frac{1}{3}}{2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}} = \dfrac{\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{3}}{2\frac{3}{6} - 3\frac{2}{6}} = \dfrac{\frac{5}{6}}{\frac{15}{6} - \frac{20}{6}} = \dfrac{\frac{5}{6}}{-\frac{5}{6}} = -1$

4 **4.1** $(2m+1)^2 - 4m \cdot (2m+1) =$

$= 4m^2 + 4m + 1 - 8m^2 - 4m = -4m^2 + 1$

nebo $(2m+1)^2 - 4m \cdot (2m+1) =$

$= (2m+1) \cdot (2m+1-4m) =$

$= (1+2m) \cdot (1-2m) = 1 - 4m^2$

4.2 $\dfrac{\left(\frac{15n}{2} - 1\right)^2 - \left(\frac{15n}{2} + 1\right)^2}{1{,}5} =$

$= \dfrac{\left[\frac{15n}{2} - 1 + \frac{15n}{2} + 1\right] \cdot \left[\frac{15n}{2} - 1 - \left(\frac{15n}{2} + 1\right)\right]}{1{,}5} =$

$= \dfrac{15n \cdot (-2)}{1{,}5} = -20n$

nebo $\dfrac{\left(\frac{15n}{2} - 1\right)^2 - \left(\frac{15n}{2} + 1\right)^2}{1{,}5} =$

$= \dfrac{\left(\frac{15n}{2}\right)^2 - 15n + 1 - \left[\left(\frac{15n}{2}\right)^2 + 15n + 1\right]}{1{,}5} =$

$= \dfrac{\left(\frac{15n}{2}\right)^2 - 15n + 1 - \left(\frac{15n}{2}\right)^2 - 15n - 1}{1{,}5} =$

$= \dfrac{-30n}{1{,}5} = -20n$

5 **5.1** $0{,}2z = \frac{7-z}{5}$

$z = 7 - z$

$2z = 7$

$z = 3{,}5$

5.2 $6z - \frac{2z+8}{2} = \frac{5z+4}{3}$

$6 \cdot 6z - 3 \cdot (2z+8) = 2 \cdot (5z+4)$

$36z - 6z - 24 = 10z + 8$

$20z = 32$

$z = \frac{32}{20} = \frac{16}{10} = 1{,}6$

8 **8.1** Trojúhelníky *MNK* a *MNL* mají společnou jednu stranu a stejně dlouhou výšku na tuto stranu, mají tedy stejný obsah.

Didaktický test 3 s. 72–77

3 **3.1** $\sqrt{\dfrac{0{,}03}{0{,}75}}\cdot\dfrac{1}{\frac{2}{3}}=\sqrt{\dfrac{3}{75}}\cdot\dfrac{3}{2}=\sqrt{\dfrac{1}{25}}\cdot\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{3}{2}=\dfrac{3}{10}$

3.2 $0{,}6\cdot\left(1-\dfrac{4}{9}\right)=\dfrac{6}{10}\cdot\dfrac{5}{9}=\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{5}{9}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

4 **4.1** $\dfrac{5x}{2}\cdot\dfrac{x+8}{4}-5\cdot\dfrac{x\cdot x-8}{8}=$

$=\dfrac{5x\cdot(x+8)}{8}-\dfrac{5\cdot\left(x^2-8\right)}{8}=$

$=\dfrac{5x^2+40x-\left(5x^2-40\right)}{8}=$

$=\dfrac{40x+40}{8}=5x+5$

4.2 $(2b+1)^2-(2b-1)(1+2b)=$

$=4b^2+4b+1-\left(4b^2-1\right)=4b+2$

nebo $(2b+1)^2-(2b-1)(1+2b)=$

$=(2b+1)[2b+1-(2b-1)]=$

$=(2b+1)\cdot 2=4b+2$

5 **5.1** $2u-(u-2)=3u-12$

$u+2=3u-12$

$14=2u$

$u=7$

5.2 $\dfrac{u-1}{2}+\dfrac{u+2}{4}=9-\dfrac{3u}{2}$

$2\cdot(u-1)+u+2=4\cdot 9-2\cdot 3u$

$2u-2+u+2=4\cdot 9-6u$

$9u=4\cdot 9$

$u=4$

13 Trojúhelník *ASC* je rovnoramenný se základnou *AC*. Úhel ω je vnější úhel trojúhelníku *ASC*, jeho velikost je tedy rovna součtu $55°+\gamma$.

16 **16.1** Objem nově vzniklého hranolu je stejný jako objem původní krychle.

16.2 Na vnějšku nově vzniklého hranolu zůstala nalakovaná plocha tvořená ze čtyř stěn původní krychle.

Didaktický test 4 s. 78–82

3 **3.1** $1-\dfrac{0{,}125}{0{,}75}=1-\dfrac{125}{750}=1-\dfrac{25}{150}=1-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{6}$

3.2 $\dfrac{1{,}4\cdot\frac{1}{3}}{3\frac{2}{3}-1\frac{4}{5}}=\dfrac{\frac{14}{10}\cdot\frac{1}{3}}{3\frac{10}{15}-1\frac{12}{15}}=\dfrac{\frac{7}{5}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{55}{15}-\frac{27}{15}}=\dfrac{\frac{7}{15}}{\frac{28}{15}}=$

$=\dfrac{7}{28}=\dfrac{1}{4}$

4 **4.1** $\dfrac{(3-2m)^2-3\cdot(3-4m)}{0{,}8}=$

$=\dfrac{9-12m+4m^2-9+12m}{0{,}8}=$

$=\dfrac{4m^2}{0{,}8}=\dfrac{40m^2}{8}=5m^2$

4.2 $(3-m)\cdot(m+3)-9\cdot(-m+m)+m\cdot m=$

$=3^2-m^2-9\cdot 0+m^2=9$

5 **5.1** $2y=1+2{,}5y$

$-1=0{,}5y$

$y=-2$

5.2 $5-\dfrac{y+5}{4}=y+\dfrac{5y+6}{2}$

$4\cdot 5-(y+5)=4y+2\cdot(5y+6)$

$20-y-5=4y+10y+12$

$3=15y$

$y=\dfrac{3}{15}=\dfrac{1}{5}=0{,}2$

12 Při řešení úlohy je dobré si uvědomit, že pro objem kvádru platí kromě vzorce $V=a\cdot b\cdot c$ také např. vzorec $V=S_1\cdot c$, kde $S_1=a\cdot b$.

13 Výška rovnoběžníku (kosočtverce) *EBCD* má stejnou délku jako jedna výška trojúhelníku *ABC*. Strana trojúhelníku *ABC*, na níž je kolmá tato výška, je dvakrát delší než strana kosočtverce *EBCD*.

14 Při řešení úlohy lze využít vlastnosti souhlasných, střídavých a vedlejších úhlů, příp. i vnějších úhlů trojúhelníku.

Didaktický test 5 s. 83–88

3 **3.1** $\dfrac{0{,}1^2}{0{,}5}:0{,}2^2=\dfrac{\left(\frac{1}{10}\right)^2}{\frac{1}{2}}:\left(\dfrac{1}{5}\right)^2=\dfrac{\frac{1}{100}}{\frac{1}{2}}:\dfrac{1}{25}=$

$=\dfrac{1}{100}\cdot 2\cdot 25=\dfrac{1}{2}$

3.2 $1-1\dfrac{1}{3}:\dfrac{8}{9}=1-\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{9}{8}=\dfrac{2}{2}-\dfrac{3}{2}=-\dfrac{1}{2}$

4 **4.1** $\left(\dfrac{m}{2}-1\right)\cdot\left(m-\dfrac{m}{2}+1\right):\dfrac{1}{4}=\left(\dfrac{m}{2}-1\right)\cdot\left(\dfrac{m}{2}+1\right)\cdot 4=$

$=\left(\dfrac{m^2}{4}-1^2\right)\cdot 4=m^2-4$

4.2 $n\cdot(n+3)-3\cdot(n+3)=n^2+3n-3n-9=$

$=n^2-9$

nebo $n\cdot(n+3)-3\cdot(n+3)=(n+3)\cdot(n-3)=$

$=n^2-9$

5 **5.1** $7\cdot(z+1)-(2z+1)=\dfrac{21}{2}$

$$\begin{aligned}7z+7-2z-1&=10{,}5\\5z+6&=10{,}5\\5z&=4{,}5\\10z&=9\\z&=0{,}9\end{aligned}$$

5.2 $\dfrac{z}{3}-\dfrac{z+6}{12}=2z-4$

$$\begin{aligned}4z-(z+6)&=12\cdot 2z-12\cdot 4\\4z-z-6&=24z-48\\42&=21z\\z&=2\end{aligned}$$

8 **8.1** Úhlopříčky kosočtverce jsou k sobě kolmé a navzájem se půlí.

8.2 K výpočtu lze využít vypočteného obsahu kosočtverce *EFGH*.

12 Místo desetinných čísel je výhodné počítat se zlomky.

13 Trojúhelníky *MNS*, *MNP*, *NOS* atd. mají stejný obsah.

Didaktický test 6 s. 89–93

3 **3.1** $2\dfrac{3}{4}+(-3)\cdot 0{,}75=\dfrac{11}{4}-3\cdot\dfrac{3}{4}=\dfrac{11}{4}-\dfrac{9}{4}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

3.2 $\dfrac{\sqrt{\frac{3}{27}}}{\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{6}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{\frac{1}{9}}}{\left(\frac{4}{6}+\frac{1}{6}\right)^2}=\dfrac{\frac{1}{3}}{\left(\frac{5}{6}\right)^2}=\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{25}{36}}=$

$=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{36}{25}=\dfrac{12}{25}$

4 **4.1** $(5-2m)^2-5\cdot(5-4m)-5m^2=$

$=25-20m+4m^2-25+20m-5m^2=-m^2$

4.2 $3z\cdot\left(\dfrac{z}{2}+1\right)-z\cdot\left(\dfrac{6-z}{2}\right)=$

$=\dfrac{3}{2}z^2+3z-z\cdot\left(3-\dfrac{z}{2}\right)=$

$=\dfrac{3}{2}z^2+3z-3z+\dfrac{1}{2}z^2=2z^2$

5 **5.1** $2x-1=3\cdot\left(x-\dfrac{1}{3}\right)$

$$\begin{aligned}2x-1&=3x-1\\0&=x\\x&=0\end{aligned}$$

5.2 $5x-\dfrac{x-5}{4}=x+\dfrac{7x+5}{2}$

$$\begin{aligned}4\cdot 5x-(x-5)&=4x+2\cdot(7x+5)\\20x-x+5&=4x+14x+10\\x&=5\end{aligned}$$

8 **8.1** K výpočtu obsahu lichoběžníku *SRUV* lze využít obsahy trojúhelníků *RST* a *UVT*.

13 V rovnostranném trojúhelníku je střed kružnice opsané totožný se středem kružnice vepsané i s těžištěm trojúhelníku. Dále platí, že těžiště dělí těžnici v poměru 2 : 1.

14 Menší obdélník je úhlopříčkami, které se půlí, rozdělen na dva rovnoramenné a dva rovnostranné trojúhelníky.

Didaktický test 7 s. 94–98

3 **3.1** $\dfrac{5}{1+1{,}5}+\dfrac{5}{1-1{,}5}=\dfrac{5}{2{,}5}+\dfrac{5}{-0{,}5}=2-10=-8$

3.2 $\dfrac{\frac{3}{5}\cdot\left(1-\sqrt{\frac{4}{9}}\right)}{0{,}2\cdot(1-0{,}5)^2}=\dfrac{\frac{3}{5}\cdot\left(1-\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}\right)}{\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\frac{3}{5}\cdot\left(1-\frac{2}{3}\right)}{\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}}=$

$=\dfrac{\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{1}{20}}=\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{20}{1}=4$

4 **4.1** $4p+(2p-1)^2+(p-2)\cdot(2p+4)=$

$=4p+4p^2-4p+1+2p^2+4p-4p-8=$

$=6p^2-7$

4.2 $\dfrac{20n-25}{2}+\dfrac{1}{2}\cdot\left(2n-\dfrac{1}{0{,}2}\right)^2=$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\left[(20n-25)+(2n-5)^2\right]=$

$=\dfrac{1}{2}\cdot\left(20n-25+4n^2-20n+25\right)=$

$=\dfrac{1}{2}\cdot 4n^2=2n^2$

5 **5.1** $2-y=\dfrac{1+0{,}5y}{2}+3$

$$\begin{aligned}4-2y&=1+0{,}5y+6\\-3&=2{,}5y\\10y&=-12\\y&=-1{,}2\end{aligned}$$

5.2 $\dfrac{(2y-1)\cdot(2y+1)}{4}=(y-1)^2$

$$\begin{aligned}4y^2-1&=4\cdot\left(y^2-2y+1\right)\\4y^2-1&=4y^2-8y+4\\8y&=5\\y&=\frac{5}{8}=5\cdot\frac{1}{8}\\y&=5\cdot 0{,}125=0{,}625\end{aligned}$$

8 **8.1** Jelikož mají trojúhelníky *MNP* a *MNO* stejnou výšku na strany *MP* a *MO*, je poměr délek těchto stran roven poměru obsahů těchto trojúhelníků.

8.2 Trojúhelníky *MNO* a *MNL* mají společnou stranu *MN* a stejně dlouhou výšku na tuto stranu.

11 Katce trvá cesta do školy o 24 minut déle než Báře. Jelikož je Bára 5krát rychlejší než Katka, tak by během této doby stihla tuto cestu vykonat ještě 4krát.

13 Ke snadnějšímu výpočtu je dobré si uvědomit, že obsah šedého kruhu je roven součtu obsahů bílých půlkruhů.

Didaktický test 8 s. 99–103

2 **2.1** $12{,}02-2{,}02\cdot 9+7{,}98=$
$=12{,}02+7{,}98-2{,}02\cdot 9=20-18{,}18=1{,}82$

2.2 $\left(\frac{4}{11}\cdot 9{,}5+\frac{4}{11}\cdot 1{,}5\right)^2=\left[\frac{4}{11}\cdot(9{,}5+1{,}5)\right]^2=$
$=\left(\frac{4}{11}\cdot 11\right)^2=4^2=16$

3 **3.1** $\frac{0{,}12}{7{,}5}:\left(1-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{12}{750}:\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{4}{250}:\frac{1}{25}=$
$=\frac{2}{125}\cdot\frac{25}{1}=\frac{2}{5}$

3.2 $\dfrac{\frac{3}{5}-\frac{4}{15}}{\frac{1}{4}\cdot\left(1\frac{1}{2}+1\right)}=\dfrac{\frac{9}{15}-\frac{4}{15}}{\frac{1}{4}\cdot 2\frac{1}{2}}=\dfrac{\frac{5}{15}}{\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{2}}=\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{8}}=$
$=\frac{1}{3}\cdot\frac{8}{5}=\frac{8}{15}$

4 **4.1** $3m^2-(2m-1)^2+(m-2)^2=$
$=3m^2-\left(4m^2-4m+1\right)+m^2-4m+4=$
$=3m^2-4m^2+4m-1+m^2-4m+4=3$

4.2 $1+\left(\frac{3n}{2}+1\right)\cdot\left(\frac{3n}{2}-1\right)=1+\left(\frac{3n}{2}\right)^2-1^2=$
$=1+\frac{9}{4}n^2-1=\frac{9}{4}n^2$

5 **5.1** $3x+6(x+3)=6+5x$
$3x+6x+18=6+5x$
$4x=-12$
$x=-3$

5.2 $\frac{x}{2}-\frac{x+6}{4}=4-\frac{x}{7}$
$7\cdot 2\cdot x-7\cdot(x+6)=7\cdot 4\cdot 4-4\cdot x$
$14x-7x-7\cdot 6=7\cdot 16-4x$
$11x=7\cdot 16+7\cdot 6$
$11x=7\cdot(16+6)$
$11x=7\cdot 22$
$x=14$

8 Obsah trojúhelníku *ECD* je dvakrát menší než obsah obdélníku *ABCD*.

14 Trojúhelníky *QST* a *RST* mají společnou stranu a stejně dlouhou výšku na tuto stranu.
Trojúhelníky *QRU* a *STU* mají u vrcholu *U* vnitřní úhel stejné velikosti a jejich strany *QR* a *ST* jsou rovnoběžné.
Úsečky *QT* a *SR* mají rozdílnou délku.
Ostré úhly *TSQ* a *RQS* jsou dvojicí střídavých úhlů.

Didaktický test 9 s. 104–108

3 **3.1** $1:\frac{0{,}5^2-0{,}4^2}{2\cdot 0{,}3^2-3\cdot 0{,}2^2}=1\cdot\frac{2\cdot 0{,}09-3\cdot 0{,}04}{0{,}25-0{,}16}=$
$=\frac{0{,}18-0{,}12}{0{,}09}=\frac{0{,}06}{0{,}09}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

nebo $1:\frac{0{,}5^2-0{,}4^2}{2\cdot 0{,}3^2-3\cdot 0{,}2^2}=$
$=1\cdot\frac{0{,}6\cdot(0{,}3-0{,}2)}{(0{,}5-0{,}4)\cdot(0{,}5+0{,}4)}=$
$=\frac{0{,}6\cdot 0{,}1}{0{,}1\cdot 0{,}9}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

3.2 $1+\dfrac{\frac{1}{3}-2}{\frac{1}{3}+2}=1+\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{6}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{6}{3}}=1+\dfrac{-\frac{5}{3}}{\frac{7}{3}}=1-\frac{5}{7}=\frac{2}{7}$

4 **4.1** $\frac{1}{4}-\frac{1-2a}{2}\cdot\frac{1+2a}{2}=\frac{1}{4}-\frac{1^2-(2a)^2}{4}=$
$=\frac{1-\left(1-4a^2\right)}{4}=\frac{1-1+4a^2}{4}=\frac{4a^2}{4}=a^2$

4.2 $2\cdot(1+3b)-3b\cdot(2+3b)=$
$=2+6b-6b-9b^2=-9b^2+2$

5 **5.1** $5+2y=5\cdot(1-7y)$
$5+2y=5-35y$
$37y=0$
$y=0$

Zk.: $L(0)=5+2\cdot 0=5$
$P(0)=5\cdot(1-7\cdot 0)=5$
$L(0)=P(0)$

5.2 $y-\frac{y+3}{4}=1-\frac{y}{8}$
$8y-2\cdot(y+3)=8-y$
$8y-2y-6=8-y$
$7y=14$
$y=2$

Zk.: $L(2)=2-\frac{2+3}{4}=\frac{8}{4}-\frac{5}{4}=\frac{3}{4}$
$P(2)=1-\frac{2}{8}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$
$L(2)=P(2)$

13 Výšky trojúhelníků *ABE* a *ABC* na stranu *AB* jsou ve stejném poměru jako délky stran *BE* a *BC*.

14 Výška kosočtverce je rovna průměru kružnice tomuto kosočtverci vepsané.

16 **16.1** Ovoce k prvním dvěma jídlům si může maminka vybrat celkem 12 způsoby $(4 \cdot 3 = 12)$.

Didaktický test 10 — s. 109–114

2 **2.1** $$\frac{\frac{3}{8}}{0{,}25} + \frac{7}{12} : \left(\frac{2}{3} - \frac{7}{12}\right) = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{1}{4}} + \frac{7}{12} : \left(\frac{8}{12} - \frac{7}{12}\right) =$$

$$= \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{1} + \frac{7}{12} : \frac{1}{12} = \frac{3}{2} + \frac{7}{12} \cdot \frac{12}{1} = 1{,}5 + 7 = 8{,}5$$

2.2 $1{,}6 \cdot 1{,}5 - 1{,}5^2 = 1{,}5 \cdot (1{,}6 - 1{,}5) = 1{,}5 \cdot 0{,}1 = 0{,}15$

3 **3.1** $$\frac{1}{0{,}15} \cdot \frac{1 - \sqrt{\frac{25}{4}}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1\frac{5}{9}} = \frac{100}{15} \cdot \frac{1 - \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}}{\frac{4}{9} + \frac{14}{9}} = \frac{20}{3} \cdot \frac{1 - \frac{5}{2}}{\frac{18}{9}} =$$

$$= \frac{20}{3} \cdot \frac{-\frac{3}{2}}{2} = \frac{20}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{20}{4} = -5$$

3.2 $$\left(\frac{0{,}7 \cdot 0{,}234 + 0{,}7 \cdot 0{,}766}{\sqrt{0{,}25 + 6 \cdot 0{,}04}} - 2\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{0{,}7 \cdot (0{,}234 + 0{,}766)}{\sqrt{0{,}25 + 0{,}24}} - 2\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{0{,}7 \cdot 1}{\sqrt{0{,}49}} - 2\right)^2 = \left(\frac{0{,}7}{0{,}7} - 2\right)^2 = (1-2)^2 =$$

$$= (-1)^2 = 1$$

4 **4.1** $V(3) = (3^2 + 1) \cdot \sqrt{3+1} = (9+1) \cdot \sqrt{4} =$
$= 10 \cdot 2 = 20$

4.2 $$\frac{(2n-3) \cdot (2n+3) - (2n-3)^2}{0{,}6} =$$

$$= \frac{4n^2 - 9 - (4n^2 - 12n + 9)}{0{,}6} =$$

$$= \frac{4n^2 - 9 - 4n^2 + 12n - 9}{0{,}6} =$$

$$= \frac{12n - 18}{0{,}6} = 20n - 30$$

nebo $$\frac{(2n-3) \cdot (2n+3) - (2n-3)^2}{0{,}6} =$$

$$= \frac{(2n-3) \cdot [(2n+3) - (2n-3)]}{0{,}6} =$$

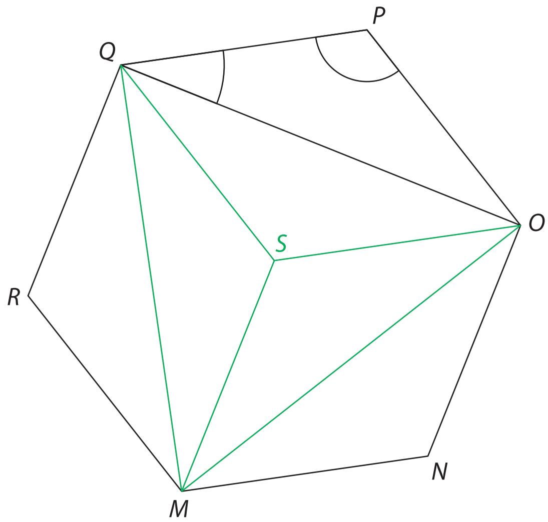
$$= \frac{(2n-3) \cdot (2n+3-2n+3)}{0{,}6} =$$

$$= \frac{(2n-3) \cdot 6}{0{,}6} = (2n-3) \cdot 10 = 20n - 30$$

5 **5.1**
$$\begin{aligned} x - 2y &= 18 \\ 2x + y &= 6 \\ \hline x - 2y &= 18 \\ 4x + 2y &= 12 \\ \hline 5x &= 30 \\ x &= 6 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 2 \cdot 6 + y &= 6 \\ y &= -6 \end{aligned}$$

5.2 $$y^2 - \frac{y+5}{4} = y(y-1) + 1$$
$$4y^2 - (y+5) = 4y(y-1) + 4$$
$$4y^2 - y - 5 = 4y^2 - 4y + 4$$
$$3y = 9$$
$$y = 3$$

8 **8.2** Šestiúhelník *MNOPQR* lze rozdělit na šest shodných trojúhelníků.



11 Pětkrát více hub než první den mohl nasbírat pouze Evžen.

12 Jelikož nejsou v úloze zadány rozměry původní krychle, lze si je zvolit libovolně.

13 Body *P*, *O* jsou středy stran *LM* a *KN*. K určení poměru obsahu trojúhelníku *KLQ* a obsahu rovnoběžníku *KPMO* lze využít poměrů těchto obsahů s obsahem obdélníku *KLMN*.

14 $o_3 - o_1 = 2\pi r_3 - 2\pi r_1 = 2\pi \cdot (r_3 - r_1)$

16 **16.1** Není nutné určovat součet všech čísel v jednotlivých sloupcích. Součet všech čísel v 5. až 100. řádku je v obou sloupcích stejný (v obou se opakují čísla 2, 4, 8, 6 a počet řádků je dělitelný čtyřmi).